

EDÍCIA VYSOKOŠKOLSKÝCH UČEBNÍC

ZÁKLADY JADROVEJ FYZIKY A TECHNIKY I

Andrea Šagátová

•••• STU
•••• FEI

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ
UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A INFORMATIKY

SPEKTRUM
•••• STU

ZÁKLADY JADROVEJ FYZIKY A TECHNIKY I

ZÁKLADY JADROVEJ FYZIKY A TECHNIKY I

Andrea Šagátová

Dielo je vydané pod medzinárodnou licenciou Creative Commons CC BY 4.0, ktorá povoľuje použitie, zdieľanie, prispôbovanie, šírenie a reprodukovanie na ľubovoľnom médiu alebo v ľubovoľnom formáte, ak je uvedený pôvodný autor, zdroj a odkaz na Creative Commons licenciu, a ak sú vyznačené prípadné zmeny vykonané v diele. Viac informácií o licencii a použití diela na adrese: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.



© doc. Ing. Andrea Šagátová, PhD.

Recenzenti: Ing. Ján Kliman, DrSc.
doc. RNDr. Silvia Dulanská, PhD.
doc. RNDr. Oľga Holá, PhD.

Schválilo Vedenie Fakulty elektrotechniky a informatiky STU v Bratislave.

ISBN 978-80-227-5410-1

Úvod

Jadrová fyzika a technika sa začala vyvíjať na prelome 19. a 20. storočia a odvtedy priniesla našej spoločnosti mnoho poznatkov, ktoré viedli aj k užitočným aplikáciám najmä v oblasti medicíny, diagnostiky materiálov a energetiky. Na Slovensku vznikla potreba vzdelávať jadrových inžinierov postavením prvého energetického jadrového reaktora vo vtedajšom Československu, v Jaslovských Bohuniciach. Reakciou bolo založenie Katedry jadrovej fyziky a techniky na Elektrotechnickej fakulte SVŠT (v súčasnosti Fakulta elektrotechniky a informatiky, Slovenskej technickej univerzity – FEI STU) v Bratislave v roku 1961. Odvtedy pedagógovia a vedci tohto pracoviska kontinuálne odovzdávajú svojim študentom poznatky od základov z jadrovej fyziky a techniky až po najnovšie vedomosti z oblasti jadrovej energetiky a fyzikálneho inžinierstva. V priebehu desaťročí sa zmenila inštitúcia z katedry na Ústav jadrového a fyzikálneho inžinierstva (ÚJFI), so zachovaním personálneho obsadenia, a teda aj s plynulým prenosom vedomostí a skúseností jej kolektívu.

Táto vysokoškolská učebnica vznikla na základe dvoch desaťročí prednášania a precvičovania poznatkov z jadrovej fyziky a techniky na ÚJFI. Je určená najmä pre študentov študijného programu Jadrové a fyzikálne inžinierstvo FEI STU oboch zameraní (Jadrová energetika a Fyzikálne inžinierstvo). Obsah učebnice sa v súčasnosti využíva ako úvod jadrovej problematiky v bakalárskom štúdiu. Sústreďuje sa na správne pochopenie problematiky rádioaktivity jadier atómov. Na konci jednotlivých kapitol si študenti nájdu aj výpočtové úlohy, ktoré im umožnia precvičiť si správne pochopenie prebranej problematiky na reálnych príkladoch vychádzajúcich zo skutočných parametrov rádioaktívnych jadier. Predložený materiál je základom, ktorý predchádza pripravovanému pokračovaniu učebnice z oblasti interakcie a detekcie ionizujúceho žiarenia a jadrovej techniky.

Študenti môžu svoje získané poznatky ďalej rozvíjať v inžinierskom a následne aj v doktorandskom štúdiu. Informácie z predloženej učebnice môžu obohatiť aj študentov iných fakúlt vysokých škôl prírodovedného a technického zamerania, a taktiež aj pracovníkov v energetickom priemysle s iným ako jadrovým vzdelaním.

Tak ako všetky oblasti, aj jadrová fyzika a technika sa neustále rozvíjajú. Na uvedený fakt reaguje aj táto učebnica a nabáda študenta, aby pri vzdelávaní používal výsledky najnovšieho výskumu, ktoré sú navyše voľne prístupné vo svetových databázach. Jednou z najpoužívanejších databáz vlastností jadier a ich rádioaktívnych premien je súbor údajov NuDat Národného centra jadrových dát (National Nuclear Data Center), Brookhaven National Laboratory v USA, ktorý sa neustále dopĺňa spresnenými údajmi tohto popredného svetového výskumného centra. Podobne pri používaní základných fyzikálnych konštánt vedie táto učebnica študentov k používaniu online databázy svetového lídra v meraní veličín, Národného inštitútu štandardov a technológie (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, USA).

Na záver by som rada poďakovala kolegom, ktorí ma do problematiky preberanej v tejto učebnici zasvätili: prof. Ing. Jozefovi Lipkovi, DrSc., prof. Ing. Jozefovi Sitekovi, DrSc., prof. Ing. Vladimírovi Nečasovi, PhD. a prof. Ing. Máriusovi Pavlovičovi, PhD., za to, že ma uviedli do predmetu Jadrová fyzika a technika a odovzdali mi cenné poznatky a skúsenosti z tejto oblasti.

Autorka

Obsah

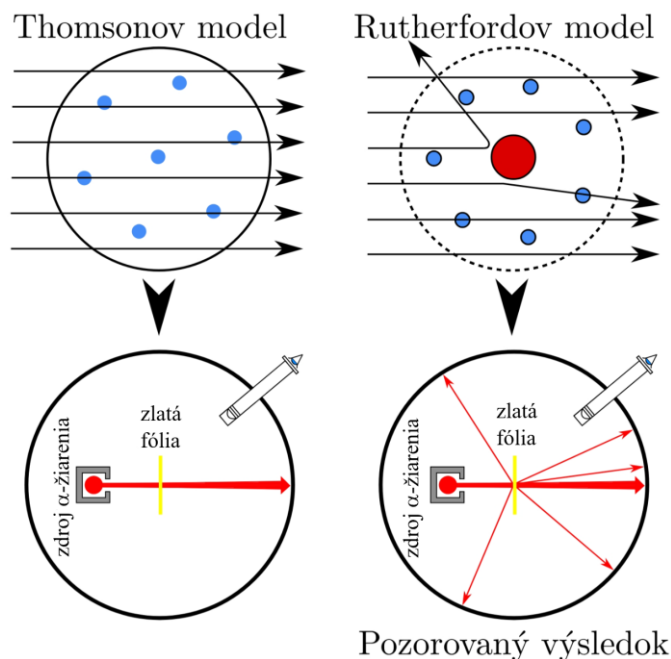
Úvod.....	5
1 Jadro atómu.....	8
1.1 Štandardný model elementárnych častíc.....	12
1.2 Jadrové sily	19
1.3 Väzbová energia jadra.....	22
1.4 Jadrové reakcie.....	32
1.5 Výpočtové príklady na tému: Jadro atómu	38
2 Rádioaktivita.....	39
2.1 Zákon rádioaktívnej premeny	41
2.2 Uhlíková metóda datovania	47
2.3 Zložená rádioaktívna premena	49
2.4 Reťazová rádioaktívna premena	52
2.5 Aktivácia jadier a jej využitie	57
2.5 Výpočtové príklady na tému: Rádioaktivita	62
3 Rádioaktívne premeny jadier.....	65
3.1 Alfa premena.....	65
3.2 Beta premena	73
3.3 Emisia gama žiarenia	81
3.4 Spontánne štiepenie jadier	88
3.5 Schémy rádioaktívnych premien.....	90
3.6 Rady rádioaktívnej premeny	92
3.7 Výpočtové príklady na tému: Rádioaktívne premeny jadier.....	95
4 Rádionuklidy	96
Zoznam symbolov a skratiek.....	98
Riešenia výpočtových príkladov	103
Literatúra	104

1 Jadro atómu

Atóm je základnou stavebnou jednotkou hmoty. Do konca 19-teho storočia bol považovaný za najmenšiu, ďalej nedeliteľnú časticu látky, o čom svedčí aj jeho názov pochádzajúci z gréckeho slova *άτομον* – nedeliteľný.

Fyzikálne experimenty realizované na prelome 19. a 20. storočia však túto teóriu vyvrátili. Najskôr J. J. Thomson uplatnil svoj objav elektrónu v štruktúre atómu, kde záporne nabité elektróny voľne plávali v kladnom objeme atómu, nazývanom aj „Pudingový model atómu“. V roku 1906 H. Geiger a E. Marsden pod vedením E. Rutherforda realizovali experiment rozptylu alfa častíc na veľmi tenkej (0,4 μm) zlatej fólii. Úzky zväzok alfa častíc dopadal po prechode rozptyľujúcou zlatou fóliou na fluorescenčné tienidlo, na ktorom bolo možné pomocou mikroskopu sledovať scintilácie spôsobené jednotlivými alfa časticami. Výsledkom pozorovania bolo zistenie, že väčšina alfa častíc sa pri prechode fóliou vychýli zo svojej dráhy len veľmi nepatrne, avšak zhruba jedna z 20 000 alfa častíc sa odchyľ o viac ako 45° . V roku 1911 E. Rutherford usúdil, že kladná alfa častica sa mohla vychýliť o taký veľký uhol preto, že sa dostala do blízkosti silného kladného náboja uloženého vo vnútri atómu (Obr. 1.1). To, že ďalších 20 000 častíc prešlo atómom bez výraznej zmeny trajektórie svedčalo o tom, že takmer celá hmotnosť atómu je koncentrovaná aj s kladným nábojom do veľmi malého objemu vo vnútri atómu (o 4 rády menšom ako rozmer celého atómu). E. Rutherford nazval túto časť jadrom atómu. Zvyšok hmotnosti pripadol ľahkým elektrónom, ktoré obklopovali jadro a tvorili tzv. obal atómu. Uvedený model nazývame „Rutherfordov model atómu“ a tvorí základ dnešnej predstavy o štruktúre atómu [1].

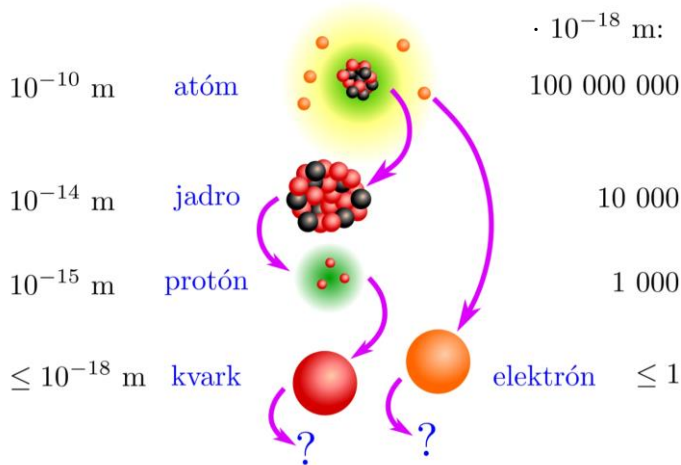
Rutherfordov model atómu doplnil v roku 1913 N. Bohr v súlade s kvantovou teóriou, podľa ktorej elektróny v atóme obiehajú okolo jadra len na niektorých dovolených kruhových dráhach, pričom nevyžarujú energiu. K vyžiareniu energie môže dôjsť len pri prechode z vyššej hladiny na nižšiu a vyžiarovanie energie je diskkrétne. Nakoniec bol Bohrov model atómu nahradený „Kvantovomechanickým modelom atómu“ vychádzajúcim z de Broglieho duálnej teórie častíc, ktorá pripisuje elektrónom ako hmotným časticiam vlnové vlastnosti, a spolu so Schrödingerovou rovnicou vlnovej funkcie a Heisenbergovým princípom neurčitosti definuje priestor pravdepodobného výskytu elektrónu v obale atómu v tzv. orbitáli [1].



Obr. 1.1: Rozptyl alfa častíc na atóme zlatej fólie v prípade Thomsonovho vs. Rutherfordovho modelu atómu. Pozorovaný výsledok experimentu zodpovedal Rutherfordovmu modelu.

Vývoj teórií o zložení atómového jadra prešiel od protón-elektrónovej hypotézy po protón-neutrónovú hypotézu, ktorá bola v roku 1932 potvrdená existenciou neutrónu J. Chadwickom [1]. Tým sa protón-neutrónová hypotéza stala základom dnešných predstáv o štruktúre atómového jadra. Počet protónov v atómovom jadre zodpovedá náboju jadra Z , ktoré nazývame aj **atómové číslo** alebo **protónové číslo** a je totožné s poradím prvku v periodickej sústave chemických prvkov. Počet nukleónov (protónov aj neutrónov) v jadre označujeme A a nazývame **hmotnostné číslo** alebo aj **nukleónové číslo**, pretože s istou presnosťou zodpovedá hmotnosti jadra. Počet neutrónov v jadre označujeme N a vypočítame ho ako rozdiel hmotnostného a atómového čísla $N = A - Z$. Jadro s konkrétnym počtom protónov a neutrónov nazývame **nuklid**. Jadrá s rôznym počtom protónov a rovnakým počtom nukleónov nazývame **izobary** a jadrá s rôznym počtom protónov a rovnakým počtom neutrónov zas **izotony**. Jadrá toho istého prvku (rovnaké Z) s rôznym počtom neutrónov (rôzne A) voláme **izotopy**. Ich chemické vlastnosti sú rovnaké, ale líšia sa hmotnosťou a stabilitou jadra. Jadrá s rovnakým počtom protónov aj neutrónov avšak v rôznych izomérnych stavoch nazývame **izoméry**.

Všetky atómy majú približne rovnakú veľkosť, nezávisle od počtu elektrónov v ich obale, a to zhruba 1-2 angströmy (Å), kde $1\text{Å} = 10^{-10}\text{m}$. Jadro atómu je zhruba o štyri rády menšie a jeho veľkosť môžeme udávať vo femtometroch (fm), $1\text{fm} = 10^{-15}\text{m}$ (Obr. 1.2). Polomer jadra závisí od počtu nukleónov v jadre a pohybuje sa od 8 fm v prípade ľahkých jadier ako uhlík až po 30 fm pre ťažké jadrá ako olovo [1].



Obr. 1.2: Porovnanie veľkosti atómu a jeho častí

Existuje niekoľko metód umožňujúcich stanoviť rozmer jadra, ktoré sú založené zväčša na rozptyle častíc na jadre atómu ako napr. neutrónov, elektrónov či alfa častíc. Všetky metódy však ukazujú, že objem jadra je priamo úmerný počtu nukleónov v ňom, čiže hmotnostnému číslu A . Ak polomer jadra označíme R , potom jeho objem bude $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \cong kA$, kde k predstavuje úmernosť objemu k počtu nukleónov. Preto môžeme polomer jadra vyjadriť všeobecným vzťahom:

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (1.1)$$

kde R_0 predstavuje rozmer rádovo femtometer, ktorý je určený spomínanými metódami. Vzhľadom na to, že jadro sa skladá z častíc v pohybe, povrch jadra je „rozmazaný“ v dôsledku zákonov kvantovej mechaniky. Heisenbergov princíp neurčitosti hovorí, že isté dvojice fyzikálnych veličín, ako poloha a hybnosť častíc, nemôžu byť určené súčasne s presnosťou lepšou ako udáva hranica $h/2\pi$. To vedie k odlišným, i keď rádovo rovnakým, výsledkom pre hodnotu R_0 . Pre

výpočet *polomeru jadra* R pri známom počte nukleónov A v ňom, možno použiť polo-empirický vzťah:

$$R = 1,25 \cdot 10^{-15} A^{1/3}(\text{m}) \quad (1.2)$$

Jedna z najdôležitejších vlastností atómového jadra je **hmotnosť jadra** M , keďže napriek svojim malým rozmerom voči atómu obsahuje takmer všetku jeho hmotu. Pri výpočtoch týkajúcich sa atómových jadier sa z praktických dôvodov nepoužívajú hlavné jednoty SI sústavy, ale vedľajšie jednotky, tzv. atómová hmotnostná jednotka (amu). V roku 1803 J. Dalton navrhol, aby ňou bola hmotnosť atómu vodíka, neskôr W. Oswald uprednostnil 1/16 hmotnosti atómu kyslíka. Avšak po objavení izotopov v roku 1912 sa uvedené spôsoby ukázali byť nepresné. Preto od roku 1961 používame tzv. **zjednotenú atómovú hmotnostnú jednotku** u (unified atomic mass unit), ktorá zodpovedá 1/12 hmotnosti atómu uhlíka ^{12}C v pokoji ($1u = 1,660\,539\,066\,60(50) \cdot 10^{-27}$ kg) [2].

1.1 Štandardný model elementárnych častíc

Štandardný model elementárnych častíc je teória, ktorá popisuje základné stavebné jednotky hmoty a sily, ktorými interagujú. Bola vyvinutá v 70-tych rokoch dvadsiateho storočia a doposiaľ úspešne vysvetlila výsledky takmer všetkých fyzikálnych experimentov a predpovedala veľké množstvo neskôr pozorovaných fenoménov. Štandardný model je súhrnom súčasného poznania v časticovej fyzike. Popisuje súbor elementárnych častíc tvoriacich všetku hmotu (kvarky a leptóny), prenášajúce častice interakcií (gluón, fotón a intermediálne bozóny), Higgsov bozón a tri zo štyroch známych interakcií (Obr. 1.3). Zahŕňa teóriu silných interakcií (kvantová chromodynamika) a zjednotenú teóriu elektromagnetickej a slabej interakcie (elektroslabá interakcia). Často býva spolu s nimi uvádzaná aj gravitačná interakcia ako jedna zo štyroch základných interakcií, avšak tú štandardný model nezahŕňa.

Hmotnosť	2,2 MeV/c ²	1,28 GeV/c ²	173,1 GeV/c ²	0	124,97 GeV/c ²
Náboj	2/3	2/3	2/3	0	0
Spin	1/2	1/2	1/2	1	1
KVARKY	u up/horný	c charm/pôvabný	t top/vrchný	g gluón	H Higgsov bozón
	d down/dolný	s strange/podivný	b bottom/spodný	γ fotón	Z zero bozón
	e elektrón	μ mión	τ tau	W ^{+/-} weak bozón	
LEPTÓNY	ν _e elektrónové neutríno	ν _μ miónové neutríno	ν _τ tau neutríno		
	0,511 MeV/c ²	106 MeV/c ²	1,777 GeV/c ²	91,19 GeV/c ²	
	-1	-1	-1	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	0,32 eV/c ²	< 0,17 MeV/c ²	< 18 MeV/c ²	80,39 GeV/c ²	
	0	0	0	+/-1	
	1/2	1/2	1/2	1	
					BOZÓNY

Obr. 1.3: Štandardný model elementárnych častíc

Elementárne častice hmoty

Elementárne častice, ako ich názov napovedá, sú základné stavebné častice a nemôžu byť rozdelené na menšie časti. Podľa súčasného poznania sú elementárnymi časticami hmoty *kvarky* a *leptóny*.

Leptóny sú častice bez vnútornej štruktúry, ktoré môžu existovať bez prítomnosti iných častíc. Ich názov pochádza z gréckeho slova lepton – ľahký, pretože do roku 1975 boli považované za najľahšie častice. Poznáme 6 leptónov, tri z nich majú záporný elementárny elektrický náboj: elektrón (e), mión (μ) a tau (τ) a tri sú neutrálne: elektrónové neutríno (ν_e), miónové neutríno (ν_μ) a tau neutríno (ν_τ) (Obr. 1.3). Leptóny majú vlastný moment hybnosti (spin) rovnajúci sa $1/2$ -násobku redukovanej Planckovej konštanty (\hbar). Pre každý zo šiestich leptónov existuje antileptón, ktorý má rovnakú hmotnosť avšak opačný náboj a spin. Leptóny podliehajú slabej a gravitačnej sile a nabité leptóny aj elektromagnetickej sile. Silná sila na leptóny nepôsobí. Najľahším nabitým leptónom je elektrón s pokojovou hmotnosťou $0,511 \text{ MeV}/c^2$.

Kvarky sú elementárne častice hmoty a poznáme 6 rôznych kvarkov, ktoré sa medzi sebou líšia vlastnosťou nazvanou vôňa (flavour) a majú rôznu hmotnosť. Obyčajne hovoríme o troch pároch kvarkov: horný (up – u) / dolný (down – d), pôvabný (charm – c) / podivný (strange – s) a vrchný (top – t) / spodný (bottom – b). Kvarky majú vlastný moment hybnosti (spin) rovný $1/2$ -násobku redukovanej Planckovej konštanty. Každý kvark má svoj antikvark. Kvarky sú zvláštne tým, že majú elektrický náboj ktorý je menší ako elementárny náboj elektrónu. Kvarky u, c, t majú náboj $2/3e$, kvarky d, s, b majú náboj $-1/3e$. K porušeniu nedeliteľnosti elementárneho elektrického náboja však nedochádza, pretože kvarky môžu existovať len v skupinách, tvoriac častice s nábojom $0, +1e$ alebo $-1e$. Skupinu kvarkov nazývame *hadrón*. Hadrón je teda častica vytvorená z kvarkov. Existujú viaceré typy hadrónov. Všetky hadróny tvorené tromi kvarkami nazývame *baryóny* (qqq). Hadróny tvorené jedným kvarkom a jedným antikvarkom nazývame *mezóny* ($q\bar{q}$). V roku 2015 bola v CERNe potvrdená existencia *pentakvarkov* ($qqqq\bar{q}$) tvorených piatimi kvarkami [3]. V roku 2016 Fermilab v USA potvrdil existenciu hadrónu zo štyroch kvarkov teda *tetrakvark* ($qq\bar{q}\bar{q}$) [4].

V súčasnosti je naša predstava o základných stavebných kameňoch hmoty taká, že skupina kvarkov a leptónov vytvára tri generácie kvarkovo-leptónových rodín: prvá: u, d, e, ν_e ; druhá: c, s, μ, ν_μ ; tretia: t, b, τ, ν_τ .

Subatomárne častice sú častice atómu a patria medzi ne jednak elementárne častice kvarky a leptóny, ako aj väčšie častice vytvorené z kvarkov, hadróny. Subatomárne častice môžeme podľa ich vlastností rozdeliť do dvoch základných skupín: fermióny a bozóny. **Bozóny** sú častice s celočíselným spinom, ktoré môžu zdieľať kvantové stavy a sú nositeľmi interakcií. **Fermióny**, častice so spinom rovnajúcim sa nepárnemu násobku $\frac{1}{2}$ redukovanej Planckovej konštanty, sú zložkami hmoty a podliehajú Pauliho vylučovaciemu princípu (PVP), ktorý vylučuje aby boli v jednom kvantovom stave dva rovnaké fermióny. Keďže leptóny aj kvarky majú poločíselný spin, sú to fermióny a podliehajú PVP.

Baryóny tvorené tromi kvarkami s poločíselným spinom, budú mať výsledný spin taktiež poločíselný, a teda sú to tiež fermióny. Medzi najznámejšie baryóny patria protón a neutrón. Protón tvoria dva horné kvarky a jeden dolný (*uud*). Neutrón tvoria dva dolné kvarky a jeden horný (*udd*).

Aj kvarky rovnakej vône v jednom baryóne sa ako fermióny musia predsa len niečím líšiť. Túto dodatočnú kvantovú charakteristiku nazývame farba. Každý typ kvarku môže nadobúdať tri farby: červenú, modrú a zelenú. Každý z troch kvarkov, z ktorých sa baryón skladá, musí mať inú farbu, potom sa baryón javí navonok farebne neutrálne – bezfarebný. Termín farba je len označenie istým spôsobom definovanej sily, ktorou na seba kvarky pôsobia. Kvarky v baryóne sa pária tak, že si farbám zodpovedajúce sily navzájom kompenzujú a navonok sú, čo sa týka sily, neutrálne. Farebná sila medzi kvarkami sa vymieňa pomocou kvánt tohto silového poľa. Výmenu sprostredkujú gluóny, čo zabezpečuje prakticky nezničiteľné spojenie. Zvláštnou vlastnosťou týchto farebných väzieb je fakt, že ich sila sa s narastajúcou vzdialenosťou medzi kvarkami zväčšuje, avšak čím sú kvarky bližšie k sebe, tým viac ich **farebná sila** slabne. Kvarky sa nachádzajú v bezprostrednej blízkosti iných kvarkov a pritom si zachovávajú úplnú slobodu. Tento vzťah nazývame **asymptotická sloboda kvarkov**.

Mezóny sú hadróny zložené z jedného kvarku a jedného antikvarku. Výsledný spin mezónu závisí od orientácie spinov kvarkov, z ktorých je zložený. V prípade súhlasnej orientácie sa bude výsledný spin mezónu rovnať 1 a v prípade ich opačnej orientácie sa bude rovnať 0. Mezóny teda nepatria medzi častice s polovinovým spinom, ale medzi bozóny. Farebná neutralita mezónu je zabezpečená kompenzáciou farby a antifarby kvarku a antikvarku. Mezóny π alebo **pióny** majú fundamentálnu úlohu v *Mezónovej teórii jadrových síl*. Sú to π^+ ($u\bar{d}$), π^- ($\bar{u}d$), π^0 ($u\bar{u}$).

Vzhľadom na vlastnosti hadrónov, vyznačujúcich sa farebnou neutralitou a zachovaním nedeliteľnosti elementárneho elektrického náboja, vedci koncom 20. storočia predpokladali existenciu hadrónov zložených z viac ako troch kvarkov. Uvedené vlastnosti hadrónov by boli zachované aj ak by ich tvorili spolu štyri častice, dva kvarky a dva antikvarky (tetrakvark), alebo spolu päť častíc, a to trojica rôznofarebných kvarkov a dvojica kvark-antikvark (pentakvark). Prvý **pentakvark** bol objavený v roku 2015 pri experimente LHCb v CERNe. Častica označovaná ako P_c s kvarkovým zložením ($c\bar{c}uud$) mala namerané dva stavy s hmotnosťou $4380 \text{ MeV}/c^2$ a $4450 \text{ MeV}/c^2$ a rýchlo sa rozpadá na protón (uud) a dávno známy mezón J/ψ ($c\bar{c}$) [3]. O rok nato sa vedcom pracujúcim na experimente D0 vo Fermilab Tevatron collider v USA podarilo objaviť prvý **tretrakvark**. Častica dostala pracovný názov X(5568), mala hmotnosť $5568 \text{ MeV}/c^2$ a obsahuje dva kvarky a dva antikvarky rôznej farby z $bsud$ kvarkov [4].

Základné interakcie

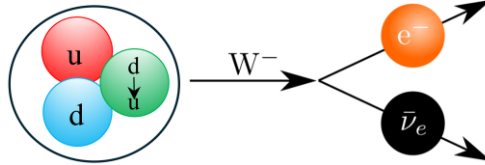
Štandardný model elementárnych častíc zahŕňa okrem kvarkov a leptónov aj tzv. **silové častice**, ktoré zaradujeme medzi bozóny. Sú zodpovedné za sprostredkovanie elektromagnetickej, silnej a slabej sily. Silnú interakciu kvarkov delíme na dva druhy, fundamentálnu a reziduálnu.

Silnú fundamentálnu interakciu medzi kvarkami tvoriacimi hadrón sprostredkujú **gluóny**. Gluón má nulovú pokojovú hmotnosť, nulový elektrický náboj a spin sa rovná jednej. Silná fundamentálna interakcia pôsobí na farebný náboj kvarkov a gluónov, má krátky dosah avšak rastie priamoúmerne so vzdialenosťou medzi kvarkami.

Silnú reziduálnu interakciu medzi kvarkami susedných hadrónov sprostredkujú **π -mezóny** (pióny), ktoré majú nenulovú pokojovú hmotnosť, elektrický náboj $+1e$, $-1e$ alebo 0 a spin 0 alebo 1 . Silná väzba farebne neutrálnych protónov a neutrónov v jadre atómu je výsledkom silnej reziduálnej interakcie ich farebne nabitých kvarkov. Reziduálna sila má krátky dosah (len po najbližší hadrón), je rádovo silnejšia ako elektromagnetické odpudzovanie protónov a pôsobia ňou na seba hadróny.

Slabú interakciu sprostredkujú **intermediálne bozóny** (weeak) W^+ , W^- , (zero) Z^0 a pôsobí na vôňu kvarkov a leptónov. Intermediálne bozóny majú nenulovú pokojovú hmotnosť, spin sa rovná jednej a elektrický náboj $+1e$, $-1e$ alebo 0 . Slabá sila je o niekoľko rádov slabšia ako elektromagnetická sila a je krátkeho

dosahu. Niektoré jadrové procesy, ako napríklad beta premena, sú výsledkom slabej interakcie (Obr. 1.4).



Obr. 1.4: Beta premena neutrónu cez intermediálny W- bozón.

Elektromagnetickú interakciu sprostredkujú **fotóny** (elektromagnetické vlnenie) a pôsobia na elektrický náboj nabitých častíc. Má nekonečný dosah a jej intenzita klesá so štvorcom vzdialenosti častíc. Fotóny majú nulovú pokojovú hmotnosť, nulový elektrický náboj, spin sa rovná jednej a pohybujú sa rýchlosťou svetla vo vákuu.

Poslednou známou interakciou je **gravitačná interakcia**, ktorá pôsobí na hmotnosť hmotných častíc a sprostredkúva ju **gravitón** (doposiaľ ešte nepozorovaný). Je najslabšou spomedzi všetkých interakcií a má nekonečný dosah, pričom jej intenzita klesá so štvorcom vzdialenosti častíc. Vzájomné porovnanie štyroch základných interakcií je zhrnuté v Tab. 1.1 a v Tab. 1.2 sa nachádza porovnanie vlastností častíc sprostredkujúcich uvedené interakcie.

Tab. 1.1: Vzájomné porovnanie interakcií

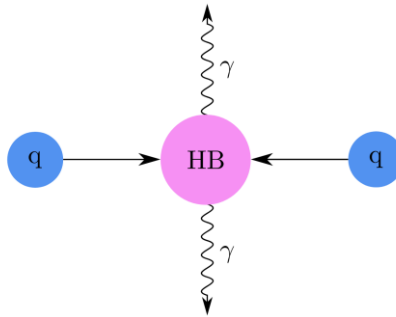
Interakcia	Relatívna intenzita na vzdialenosti 10^{-20} m	Vlastnosť na ktorú pôsobí	Častice na ktoré pôsobí	Sprostredkujúca častica
Gravitačná	10^{-39}	Hmotnosť	Hmotné	Gravitón
Slabá	10^{-5}	Vôňu	Kvarky a leptóny	W^\pm, Z bozón
Elektromagnetická	0,01	Elektrický náboj	Nabité	Fotón
Silná	reziduálna	Farbu	Hadróny	π -mezón (pión)
	fundamentálna	1	Farbu	Kvarky a gluóny

Tab. 1.2: Vlastnosti silových častíc

Názov	Pokojuv hmotnosť (GeV/c ²)	Elektrický náboj (e)	Spin (ħ)
Glun	0	0	1
Fotón	0	0	1
Z bozón	91,187	0	1
W ⁺ bozón	80,4	1	1
W ⁻ bozón	80,4	-1	1
Pin (π^+)	0,14	1	0
Higgsov bozón	125	0	0

Higgsov bozón

Poslednou objavenou časticou Štandardného modelu elementárních častic bol Higgsov bozón. Jeho existenciu teoreticky predpovedali P. Higgs, R. Brout, F. Englert, G. S. Guralnik, C. R. Hagen a T. Kibble eše v roku 1964. Išlo o časticu, ktor spája sily a hmotne častice. Higgsov bozón je prejavom higgsovho poľa, ktor je všade okolo nás a vaka nemu vznikli v rannom vesmíre hmotne častice. Higgsov bozón sa objaví ako častica, ak lokálne dodáme veľmi veku energiu higgsovmu poľu (\approx TeV).



Obr. 1.5: Ncrt vzniku Higgsovho bozónu pri čelnej zrzke dvoch kvarkov s následnou premenou na dva fotóny

Pre jeho zachytenie boli navrhnute experimenty na urýchľovači LHC (Large Hadron Collider) v CERNe, využívajúce eln zrzku dvoch urýchlených protónov. V roku 2012 dva detektory (ATLAS [5] a CMS [6]) na LHC nezávisle od seba potvrdili zachytenie neutrlnho bozónu s pokojovou hmotnosťou 125 GeV/c²: Higgsovho bozónu, ktor sa najčastejšie rozpadá na dva fotóny (Obr. 1.5). O rok na to F. Englert a P. Higgs získali Nobelovu cenu za fyziku za teoretický objav mechanizmu potvrdeného experimentami na LHC.

Štandardný model elementárnych častíc zahŕňa 6 typov leptónov, 6 typov kvarkov, 3 typy síl a Higgsov bozón. Subatomárne častice týkajúce sa štandardného modelu môžu patriť buď medzi fermióny alebo bozóny. Prehľadné rozdelenie všetkých doposiaľ spomínaných subatomárnych častíc do týchto dvoch skupín sa nachádza v Tab. 1.3.

Tab. 1.3: Rozdelenie subatomárnych častíc medzi fermióny a bozóny

FERMIÓNY		BOZÓNY	
Leptóny (e , neutríno)	Baryóny (qqq) (protón, neutrón)	Mezóny ($q\bar{q}$) (pióny)	Silové častice (fotón, gluón, Higgsov bozón, bozóny W^+ , W^- , Z^0)
Kvarky (horný, dolný)	HADRÓNY		

1.2 Jadrové sily

Častice jadra, protóny aj neutróny, interagujú medzi sebou silnou reziduálnou interakciou, ktorej výsledkom sú veľmi silné príťažlivé sily nazývané **jadrové sily**. Ich dosah je však veľmi krátky, nukleón takto pôsobí vždy len na najbližšie susedné nukleóny. Na druhej strane, v jadre pôsobí aj vzájomné elektrostatické odpudzovanie protónov v dôsledku ich rovnakého elektrického náboja. Dosah odpudivej sily je nezanedbateľný cez celý rozmer jadra a v jadre sa Coulombovou silou odpudzuje každý protón s každým. Energiu odpudzovania protónov v jadre možno vypočítať ako:

$$E_C = \frac{3Z(Z-1)e^2}{5 \cdot 4\pi\epsilon_0 R} \quad (1.3)$$

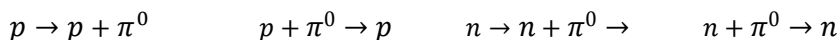
kde Z je protónové číslo, e je náboj elektrónu, ϵ_0 je permitivita vákua a R je polomer jadra. Celková energia jadra, ktorá viaže častice jadra k sebe, je výsledkom pôsobenia príťažlivých jadrových síl a odpudzovania protónov. Nazýva sa **väzbová energia jadra**.

Jadrové sily sú, čo do absolútnej hodnoty, najsilnejšie sily s akými sa v prírode stretávame. Sú neelektrického charakteru, pretože existuje napríklad stabilné jadro z protónu a elektricky neutrálneho neutrónu. Sú nábojovo nezávislé. Jadrové sily, ktoré pôsobia medzi nukleónmi, sú rovnako veľké, nezávisle od toho, či pôsobia medzi dvoma neutrónmi, medzi dvoma protónmi alebo medzi protónom a neutrónom. Nábojovú nezávislosť možno dokázať na tzv. zrkadlových jadrách: ${}^3_1\text{H}$, ${}^3_2\text{He}$. Jadro ${}^3_1\text{H}$ obsahuje dve n-p väzby a jednu n-n väzbu. Jadro ${}^3_2\text{He}$ obsahuje dve n-p väzby a jednu p-p väzbu. Výsledná väzbová energia jadra ${}^3_2\text{He}$ je menšia voči väzbovej energii jadra ${}^3_1\text{H}$ presne o hodnotu energie odpudzovania sa dvoch protónov v jadre hélia. Jadrové sily závisia od vzájomnej orientácie spinov nukleónov. Ich veľkosť je rôzna pre paralelné a antiparalelné spiny, s čím súvisí aj necentrálny charakter jadrových síl. Jadrové sily nemôžu mať ani magnetický charakter a nie sú ani gravitačného charakteru, pretože sú oveľa silnejšie. Typickou vlastnosťou jadrových síl je ich nasýtenie, ktoré sa prejavuje tak, že každý nukleón v jadre vzájomne pôsobí iba s ohraničeným počtom najbližšie k nemu položených nukleónov, s dvanástimi nukleónmi. Ak by interagoval v jadre každý nukleón s každým jadrovými silami, potom by bola väzbová energia úmerná počtu interagujúcich párov $\frac{A(A-1)}{2}$, teda druhej mocniny nukleónového čísla. Väzbová energia jadra však s počtom nukleónov v jadre narastá lineárne.

Jadrové sily majú charakter výmenných síl, v dôsledku čoho si môžu nukleóny pri vzájomných zrážkach odovzdávať náboje či projekcie spinov, na čom je založená aj mezónová teória jadrových síl.

Mezónová teória jadrových síl popisuje interakciu nukleónov v jadre atómu. Predpokladá sa, že každý nukleón je charakterizovaný špecifickým „nukleónovým“ nábojom, ktorý vytvára pole jadrových síl. Tomuto poľu zodpovedajú kvantá, ktoré môžu mať nenulovú pokojovú hmotnosť. Japonský fyzik H. Yukawa v roku 1935 vyslovil hypotézu o existencii mezónov, častíc, ktoré môžu byť kvantami poľa jadrových síl. Ich hmotnosť odhadol na približne 200-násobnú v porovnaní s hmotnosťou elektrónu. Taktiež ukázal, že interakcia medzi nukleónmi, vznikajúca za účasti mezónov, rádovo súhlasí s experimentálnymi údajmi. V roku 1947 boli objavené mezóny, ktoré sprostredkovávajú silnú jadrovú interakciu, π -mezóny. V roku 1949 bola Yukawovi za predikciu existencie výmenných častíc sprostredkujúcich silné jadrové sily udelená Nobelova cena za fyziku.

Podľa mezónovej teórie, všetky nukleóny (protóny i neutróny), pozostávajú z rovnakej strednej časti, ktorá je obklopená oblakom mezónov rôzneho druhu. Mezóny môžu byť nabité alebo neutrálne, a jediný rozdiel medzi neutrónom a protónom je v charaktere mezónového oblaku. Sily pôsobiace medzi dvoma neutrónmi alebo dvoma protónmi sú dôsledkom výmeny neutrálnych π^0 mezónov.



Sily pôsobiace medzi neutrónom a protónom vznikajú pri výmene nabitých π^+ alebo π^- mezónov.



Neutrón vyžaruje π^- mezón a mení sa na protón, a následne protón pohlcuje π^- mezón a mení sa na neutrón. Protón zase vyžaruje π^+ mezón a mení sa na neutrón, ktorý potom pohltí π^+ mezón a mení sa na protón. Takýmto spôsobom sa protóny a neutróny môžu navzájom na seba premieňať. Táto úvaha vedie k otázke, prečo sa v experimentoch nepozorujú protóny alebo neutróny ľahšie o hmotnosť mezónu?

Odpoveď súvisí s Heisenbergovým princípom neurčitosti: pri súčasnom meraní istých dvojíc fyzikálnych veličín, energia a čas, hybnosť a poloha, bude súčin nepresností ich určenia väčší ako redukovaná Planckova konštanta: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$.

Emisia mezónu môže nastať za predpokladu, že bude opäť pohltý za dostatočne krátku dobu.

Jadrové sily pôsobia najviac do vzdialenosti $R = 2 \cdot 10^{-15}$ m. Keďže mezón sa medzi nukleónmi pohybuje rýchlosťou svetla, doba jeho preletu bude trvať $\Delta t = \frac{R}{c} = 0,6 \cdot 10^{-23}$ s a pri jeho emisii sa môže porušiť zákon zachovania energie o hodnotu $\Delta E = \hbar/\Delta t$. Z Einsteinovho vzťahu: $E = m_{\pi}c^2$, vyjadríme hmotnosť mezónu $m_{\pi} = \frac{\hbar}{Rc} = 130$ MeV, čo je približne 260-násobok pokojovej hmotnosti elektrónu.

1.3 Väzbová energia jadra

Väzbová energia jadra je výsledkom pôsobenia príťažlivých síl nukleónov v jadre a elektrostatického odpudzovania jeho protónov. **Väzbová energia jadra** E_B je definovaná ako energia potrebná na rozdelenie jadra s hmotnosťou $M(A, Z)$ na jednotlivé nukleóny s nulovou kinetickou energiou:

$$E_B + M(A, Z)c^2 \rightarrow Zm_p c^2 + (A - Z)m_n c^2 \quad (1.4)$$

Väzbovú energiu jadra určíme cez hmotnostný schodok reakcie rozdelenia jadra na jednotlivé nukleóny. Vďaka presnému určeniu hmotností protónu a neutrónu vieme porovnať hmotnosť atómového jadra so súčtom hmotností všetkých nukleónov, z ktorých sa jadro skladá. Výsledkom porovnania je fakt, že hmotnosť každého jadra $M(A, Z)$ je menšia, ako súčet hmotností protónov a neutrónov v ňom. Rozdiel hmotností, nazývaný **hmotnostný schodok** („mass defect“), môžeme vyjadriť v tvare:

$$B = Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z) \quad (1.5)$$

kde m_p a m_n sú hmotnosti protónu, resp. neutrónu. Keďže v databázach sa uvádzajú hmotnosti atómov a nie hmotnosti jadier, je praktické rovnicu (1.5) prepísať do tvaru:

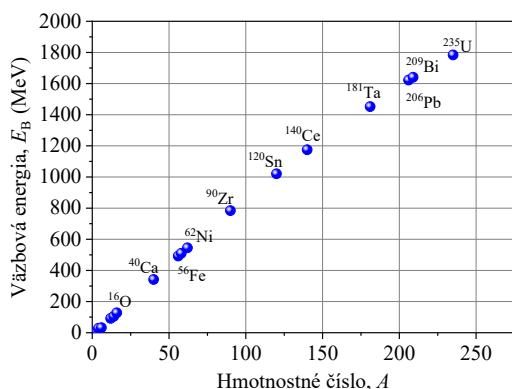
$$B = ZM_{\text{at}}(\frac{1}{1}\text{H}) + (A - Z)m_n - M_{\text{at}}(A, Z) \quad (1.6)$$

kde namiesto hmotnosti protónu vystupuje hmotnosť atómu vodíka $\frac{1}{1}\text{H}$ a namiesto hmotnosti jadra je to hmotnosť príslušného atómu $M_{\text{at}}(A, Z)$. Toto vyjadrenie sa líši od vzťahu (1.5) o Z hmotností elektrónov, ktoré sú pričítané a súčasne odčítané, a zanedbáva väzbové energie elektrónov v obale atómu (desiatky eV).

Celková **väzbová energia jadra** je potom daná vzťahom:

$$E_B = B \cdot c^2 \quad (1.7)$$

a predstavuje energiu potrebnú na rozloženie jadra na jednotlivé nukleóny, alebo energiu, ktorá sa pri vytvorení jadra z nukleónov uvoľní. Čím je počet nukleónov v jadre väčší, tým je väzbová energia jadra väčšia (Obr. 1.6). Napríklad pre jadro ${}^4_2\text{He}$ je to 28,3 MeV, pre ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ 342 MeV a pre ${}^{209}_{83}\text{Bi}$ až 1640 MeV.



Nuklid	E_B (MeV)
^1H	0
^2H	2,22
^3He	7,72
^3H	8,48
^4He	28,30
^6Li	31,99
^{12}C	92,16
^{40}Ca	342,05
^{56}Fe	492,26
^{62}Ni	545,26
^{209}Bi	1640,25

Obr. 1.6: Väzbová energia vybraných nuklidov v závislosti od hmotnostného čísla A

Pre jadro ^4_2He (alfa časticu) vypočítame hodnotu hmotnostného schodku:

$$\begin{aligned}
 2m_p &= 2 \times 1,007\,276\,466\,62\text{u} \\
 +2m_n &= 2 \times 1,008\,664\,915\,95\text{u} \\
 -m_\alpha &= 4,001\,506\,179\,127\text{u} \\
 \hline
 B &= 0,030\,376\,586\,013\text{u}
 \end{aligned}
 \tag{1.8}$$

z čoho väzbová energia alfa častice $E_B(\alpha) = B \cdot c^2 = 28,3$ MeV. Hmotnosti častíc sú použité v tzv. **zjednotených atómových hmotnostných jednotkách** u, ktoré sa používajú z praktického hľadiska pri hmotnostiach jadier a atómov. V databázach môžeme nájsť hodnoty relatívnej atómovej hmotnosti pre atómy. **Relatívna atómová hmotnosť** je bezrozmerná veličina udávajúca pomer hmotnosti atómu a 1u, takže číselne je zhodná s hmotnosťou atómu v u a po zaokrúhlení totožná s nukleónovým (hmotnostným) číslom A :

$$A_r = \frac{M_{\text{at}}(\text{kg})}{1\text{u}(\text{kg})} \approx A
 \tag{1.9}$$

V periodickej sústave chemických prvkov sú udávané relatívne atómové hmotnosti atómov ich prirodzeného izotopického zloženia. Napríklad v prípade uhlíka s prirodzeným izotopickým zastúpením 99 % $^{12}_6\text{C}$ a 1 % $^{13}_6\text{C}$ tam nájdeme hodnotu 12,01 a nie 12, ako vychádza pre izotop $^{12}_6\text{C}$. Pre získanie hodnôt atómových hmotností konkrétnych nuklidov môžeme použiť stránku „*Web Elements Periodic Table*“ [10] a v prípade konkrétneho prvku zvolíme „*More*

isotope and NMR data“, kde nájdeme parametre izotopov daného prvku, prípadne databázu nuklidov „Live Chart of Nuclides“ IAEA [11]. Dá sa ukázať, že relatívna atómová hmotnosť jedného atómu A_r je číselne zhodná s **molárnou hmotnosťou látky** M_{mol} (hmotnosť jedného molu látky), ktorá sa udáva v g/mol, práve preto, že 1/12 jedného molu ^{12}C váži 1g. Pre hmotnosť látky a počet jej atómov platí vzťah:

$$m(g) = \frac{M_{\text{mol}}(\text{g/mol})}{N_A(\text{mol}^{-1})} N_{\xi} \quad (1.10)$$

kde N_A je Avogadrova konštanta vyjadrujúca počet častíc v jednom mole akejkoľvek látky = $6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}$ /mol, m je hmotnosť daného počtu častíc N_{ξ} v gramoch.

Hodnoty väzbovej energie častíc v jadrách sú v porovnaní s väzbou elektrónov v obale atómu približne miliónkrát väčšie, rádovo MeV v porovnaní s desiatkami eV elektrónov. Z toho vyplýva aj miliónkrát väčší energetický zisk z jadrových reakcií (jadrové elektrárne) v porovnaní s chemickými reakciami ako je napríklad horenie paliva pri výrobe elektrickej energie v tepelných elektrárnach.

Celková väzbová energia jadra predstavuje energiu väzby jadra vzhľadom na všetky nukleóny v jadre. Podobne môžeme určiť energiu väzby, ktorou viaže jadro ľubovoľný nukleón alebo skupinu nukleónov. Túto energiu nazývame **energiou priľnutia častice v jadre**, resp. väzbová energia častice v jadre.

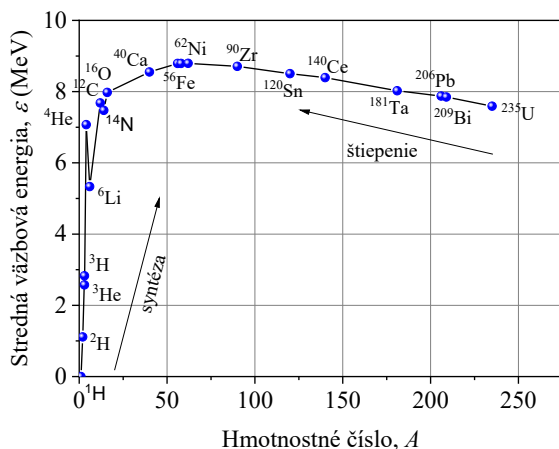
$$E_{\text{PČ}} = [m_{\xi} + M_f - M_i] \cdot c^2 = \Delta M \cdot c^2 \quad (1.11)$$

kde M_f je hmotnosť finálneho jadra, ktoré vznikne po emisii častice z jadra s pôvodnou hmotnosťou M_i . Rozdiel hmotností medzi hmotnosťami častice a vzniknutého jadra v porovnaní s hmotnosťou pôvodného jadra nazývame hmotnostný schodok reakcie ΔM . Napríklad energia priľnutia neutrónu v jadre s hmotnosťou $M(A, Z)$ sa bude rovnať:

$$E_{\text{PČ}} = [m_n + M(A - 1, Z) - M(A, Z)] \cdot c^2 \quad (1.12)$$

Jednou z najdôležitejších veličín v jadrovej fyzike je **stredná väzbová energia** alebo **väzbová energia na nukleón**, ε , vyjadrujúca mieru stability jadier:

$$\varepsilon = \frac{E_B}{A} = \frac{B \cdot c^2}{A} \quad (1.13)$$



Nuklid	ε (MeV)
^1H	0
^2H	1,1123
^3He	2,5727
^3H	2,8273
^4He	7,0739
^6Li	5,3324
^{12}C	7,6801
^{40}Ca	8,5513
^{56}Fe	8,7903
^{62}Ni	8,7945
^{209}Bi	7,8481

Obr. 1.7: Závislosť strednej väzbovej energie od hmotnostného čísla A

Obr. 1.7 znázorňuje priebeh závislosti strednej väzbovej energie od hmotnostného čísla A . V prípade ak pri jadrovej reakcii získame z jadier s nižšou strednou väzbovou energiou jadrá, ktoré ju budú mať vyššiu, znamená to, že naopak výsledná hmotnosť finálnych častíc je nižšia ako pôvodných, a preto dôjde pri reakcii k uvoľneniu energie zodpovedajúcej hmotnostnému schodku reakcie. Priebeh strednej väzbovej energie v závislosti od hmotnostného čísla teda vysvetľuje možnosť získania energie pri dvoch zdanlivo opačných jadrových procesoch, akými sú štiepenie a syntéza jadier. Ľahkým jadrám bude narastať stredná väzbová energia, a teda sa uvoľní energia pri ich syntéze, a naopak, pre najťažšie jadrá je výhodný proces ich štiepenia, ktorý je sprevádzaný uvoľňovaním jadrovej energie (Obr. 1.7).

Zo závislosti na Obr. 1.7 vyplýva niekoľko dôležitých poznatkov. Stredná väzbová energia je približne konštantná, rovná sa zhruba 8 MeV, pre stredne ťažké a ťažké jadrá. Táto nezávislosť od počtu nukleónov je prejavom nasýteného charakteru jadrových síl, ktoré sú veľmi krátkého dosahu a umožňujú interagovať každému nukleónu len s najbližšie susediacimi nukleónmi, ktorých môže byť najviac 12.

Z globálneho pohľadu stredná väzbová energia v závislosti od nukleónového čísla najskôr prudko stúpa, potom stúpa pomalšie, až kým dosiahne maximum v oblasti jadier železa a niklu, a to $\varepsilon_{\max} \sim 8,7945$ MeV pri $A \sim 62$ pre nikel $^{62}_{28}\text{Ni}$, a následne

pomaly klesá približne k 7,6 MeV pre najvyššie nukleónové čísla. Globálne maximum tejto závislosti zodpovedá stredne ťažkým jadrám, ktoré sú najstabilnejšie, pretože na uvoľnenie ich nukleónov treba dodať najviac energie. Tento trend vysvetľuje tzv. kvapkový model jadra.

Kvapkový model jadra je zjednodušená predstava o jeho stavbe, ktorú zaviedol Niels Bohr v roku 1938. Vychádza z podobnosti jadra atómu s kvapkou nestlačiteľnej kvapaliny, ktorú tvorí čo najtesnejšie usporiadanie molekúl podliehajúcich tepelnému pohybu. V prípade jadra ide o čo najtesnejšie usporiadanie chaoticky sa pohybujúcich a silne interagujúcich nukleónov, tvoriacich čo najtesnejšie usporiadanie, teda tvar gule. Za predpokladu, že energia spojená s každou silnou interakciou nukleón-nukleón má istú hodnotu U , tak každému nukleónu prislúcha jej polovica. Za predpokladu, že každý nukleón v jadre má najväčší možný počet susedov, dvanásť, na jeden nukleón by pripadala energia $12 \cdot \left(\frac{U}{2}\right) = a_V$. V jadre s počtom nukleónov A by celkovo pôsobila A -násobne väčšia príťažlivá jadrová sila:

$$E_V = a_V A, \quad \varepsilon_V = \frac{E_V}{A} = a_V \quad (1.14)$$

E_V nazveme *objemová energia jadra*, pretože pochádza z nukleónov tvoriacich jeho objem. Jej hodnota na jeden nukleón bude konštanta $\varepsilon_V = a_V$ a tvorí základ väzbovej energie jadra. Keďže nukleóny na povrchu jadra nemajú 12 susedov, reálne bude táto hodnota znížená úmerne počtu nukleónov na povrchu jadra, teda úmerne povrchu gule s polomerom $R = R_0 A^{1/3}$ (1.1), ktorú tvorí A nukleónov:

$$E_S = -a_S A^{2/3}, \quad \varepsilon_S = \frac{E_S}{A} = -a_S A^{-1/3} \quad (1.15)$$

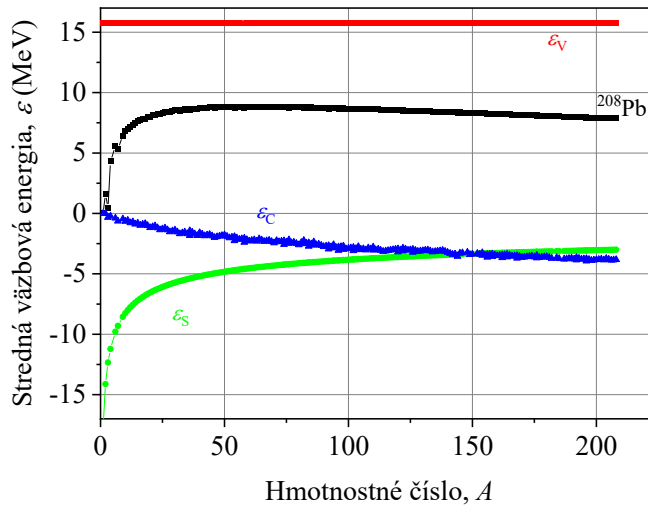
E_S nazveme *povrchová energia jadra*, pretože jej pôvodom je povrch jadra. Ďalšími silami pôsobiacimi negatívne voči súdržnosti jadra sú odpudivé Coulombove sily protónov. Ich dosah je výrazne väčší ako v prípade jadrových síl a v jadre sa elektrostaticky odpudzuje každý protón s každým. *Coulombova energia jadra* E_C je úmerná počtu protónových párov v jadre, t. j. $Z(Z-1)/2$ a nepriamo úmerná polomeru jadra $R = R_0 A^{1/3}$ (1.1):

$$E_C = -a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}, \quad \varepsilon_C = \frac{E_C}{A} = -a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} \quad (1.16)$$

Coulombova energia jadra rastie s druhou mocninou Z , a preto výsledná stredná väzbová energia v pri prechode k ťažším jadrom klesá. Ak zoberieme do úvahy uvedené skutočnosti, môžeme závislosť väzbovej energie od nukleónového čísla aproximovať tzv. **Weisäckerovým vzťahom**:

$$E_B = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(A-2Z)^2}{A} - a_P \frac{\delta}{A^{4/3}} \quad (1.17)$$

Kde konštanty určené na základe experimentov sú: $a_V = 15,75$ MeV, $a_S = 17,8$ MeV, $a_C = 0,71$ MeV, $a_A = 23,7$ MeV, $a_P = 34$ MeV a δ charakterizuje párnosť jadier. $\delta = 1$ pre nepárno-nepárne jadrá, $\delta = 0$ pre jadrá s nepárnym A a $\delta = -1$ pre párno-párne jadrá. Pribeh jednotlivých zložiek väzbovej energie z Weisäckerovho vzťahu podelenej počtom nukleónov A možno sledovať na Obr. 1.8. Výsledná čierna krivka celkovej strednej väzbovej energie $\varepsilon = \varepsilon_V + \varepsilon_S + \varepsilon_C$ naozaj zodpovedá priebehu na Obr. 1.7.



Obr. 1.8: Závislosť strednej väzbovej energie od hmotnostného čísla A po zložkách z Weisäckerovho vzťahu

Pribeh závislosti na Obr. 1.7 však obsahuje niekoľko lokálnych maxím, kde stredná väzbová energia daného nuklidu je výrazne vyššia ako v prípade jeho susedov, napr. ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{42}_{20}\text{Ca}$. Lokálne extrémny krivky vysvetľuje hladinový model jadra.

Hladinový model jadra interpretuje atómové jadro ako jednotlivé nukleóny pohybujúce sa v priemernom poli vytvorenom všetkými ostatnými nukleónmi v jadre. Stacionárne energetické stavy takéhoto systému sú charakterizované kvantovými číslami, podobne ako energetické stavy elektrónov v orbitáloch v obale atómu. Na nukleóny pôsobia iné sily ako na elektróny v obale atómu, a preto sa ich stacionárne stavy líšia. Nukleóny patria rovnako ako elektróny medzi fermióny, a preto pre ne tiež platí Pauliho vylučovací princíp: žiadne dva nerozlišiteľné fermióny nemôžu byť v rovnakom kvantovom stave, a teda sa musia líšiť aspoň orientáciou vlastného momentu hybnosti, spinu, čo sú dve možnosti. Počet možných stavov (už rozlíšených o spin) pre protóny a aj pre neutróny na každej jadrovej hladine od najnižšej nadobúda hodnoty: 2, 6, 12, 8, 22, 32, 44 (Tab. 1.4).

Tab. 1.4: Postupnosť zaplňania jadrových hladín nukleónmi (protónmi alebo neutrónmi)

Hladina	Kvantové stavy	Počet nukleónov na hladine	Sumárny počet nukleónov po danú hladinu
I.	$1s_{1/2}$	2	2
II.	$2p_{3/2}$ $2p_{1/2}$	$4+2=6$	8
III.	$3d_{5/2}$ $2s_{1/2}$ $3d_{3/2}$	$6+2+4=12$	20
IV:	$4f_{7/2}$	8	28
V.	$3p_{3/2}$ $4f_{5/2}$ $3p_{1/2}$ $5g_{9/2}$	$4+6+2+10=22$	50
VI.	$5g_{7/2}$ $4d_{5/2}$ $4d_{3/2}$ $3s_{1/2}$ $6h_{11/2}$	$8+6+4+2+12=32$	82
VII	$6h_{9/2}$ $5f_{7/2}$ $5f_{5/2}$ $4p_{3/2}$ $4p_{1/2}$ $7i_{13/2}$	$10+8+6+4+2+14=44$	126

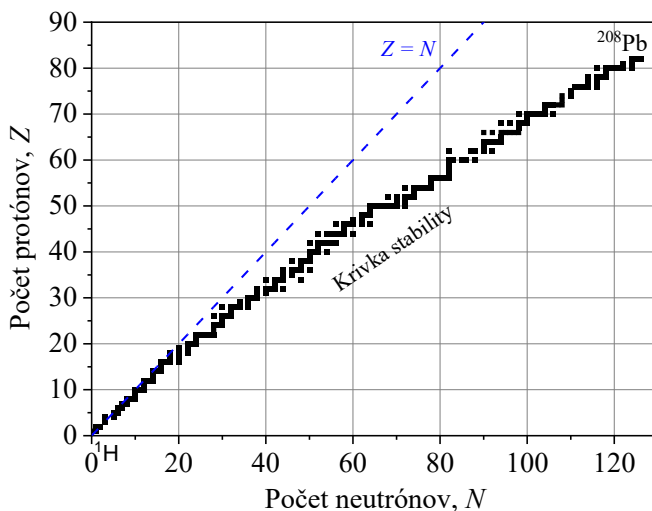
Takže celkový počet protónov alebo neutrónov v jadre s úplne obsadenou poslednou energetickou hladinou bude: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, čo nazývame aj *magické čísla*. Jadrá s takýmto počtom nukleónov majú úplne obsadené energetické hladiny jadra nukleónmi, podobne ako vzácne inertné plyny majú úplne obsadené energetické hladiny v obale atómu elektrónmi. Oba typy sa vyznačujú vysokou stabilitou: jadrá sú stabilné z pohľadu premeny jadra a atómy z pohľadu ich chemickej reaktivity. Jadrá, ktoré majú počet protónov alebo neutrónov rovnaký ako niektoré z magických čísel, sú v prírode viac rozšírené ako tie, ktoré majú počty len blízke týmto číslam. Najstabilnejšie jadrá sú dvojnásobne magické jadrá, t. j. majú magický počet protónov aj neutrónov, napr. ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$.

Okrem vysvetlenia magických čísel hladinový model jadra úspešne vysvetľuje aj vyššiu stabilitu (väčšiu väzbovú energiu) párnopárných jadier (jadrá s párnym počtom protónov aj neutrónov) v porovnaní s párnonepárnymi, resp. nepárnopárnymi.

nepárnymi jadrami. V prírode nájdeme zhruba 160 stabilných párnopárnych jadier ale iba štyri stabilné nepárnopárne jadrá. Na príklade jadier ${}^{80}_{36}\text{Kr}$ a ${}^{80}_{35}\text{Br}$ s rovnakým počtom nukleónov, avšak kryptón je párnopárne jadro a bróm nepárnopárne, vidieť výrazný rozdiel v ich väzbovej energii, až 2,501 MeV, keďže bróm má nespárovaný protón aj neutrón. Párnosť protónov a neutrónov v jadre zahŕňa aj poloempirický *Weisäckerov vzťah* (1.17), kde koeficient δ znižuje väzbovú energiu pre nepárnopárne jadrá a zvyšuje ju pre párnopárne jadrá.

Krivka stability jadier

Stabilitou jadier rozumieme ich schopnosť odolávať časovým zmenám ich zloženia a stavu. Z tohto pohľadu môžeme všetky atómové jadrá rozdeliť na stabilné a rádioaktívne. Stabilné jadrá zostávajú nezmenené neohraničene dlhý čas a rádioaktívne jadrá podliehajú samovoľnej premene. Pozoruhodnou vlastnosťou všetkých stabilných jadier okrem ${}^1_1\text{H}$ je, že obsahujú väčší, nanajviš rovnaký počet neutrónov voči protónom.

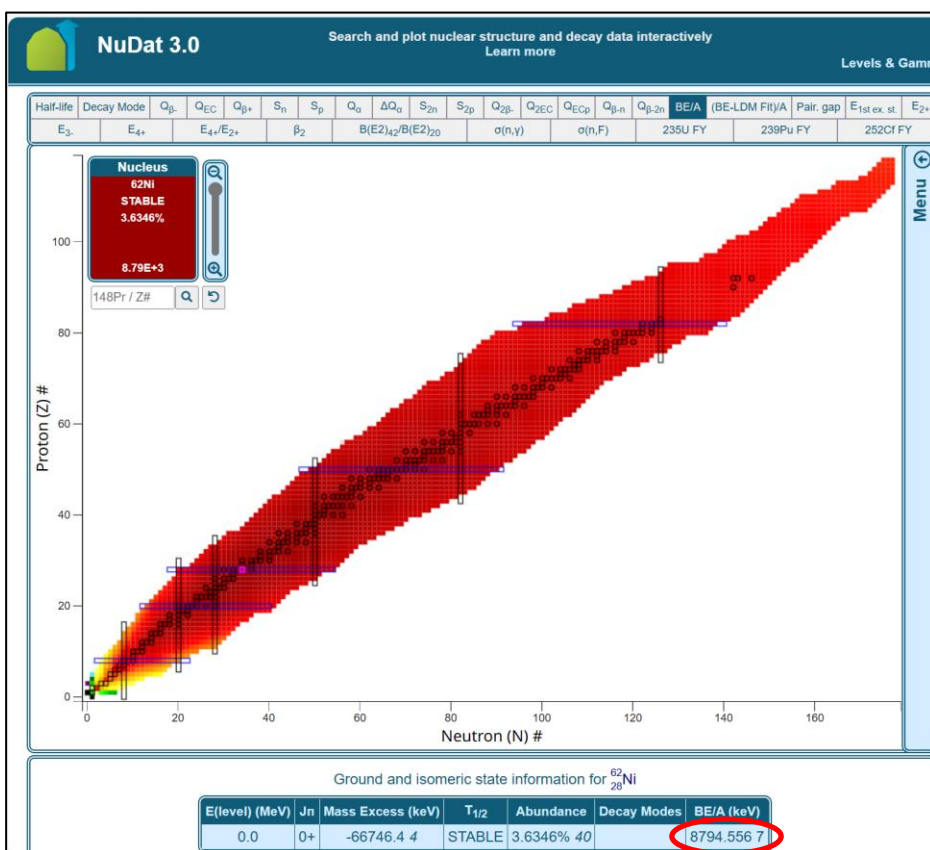


Obr. 1.9: Krivka stability zobrazujúca počet protónov a neutrónov stabilných jadier (čierne body)

Na Obr. 1.9 je zobrazená závislosť počtu protónov ako funkcia počtu neutrónov pre stabilné jadrá. Krivku, ktorú tvoria body prislúchajúce jednotlivým stabilným izotopom nazývame *krivka stability*. Jadrá, ktoré obsahujú iný počet neutrónov

a protónov, ako prislúcha úzkej oblasti stability, sú rádioaktívne. Môžeme si všimnúť, že stabilné jadrá so $Z \leq 20$ majú rovnaký počet protónov a neutrónov ($Z = N$). Avšak s narastajúcim Z narastá elektrostatická (Coulombova) odpudivá sila protónov a na udržanie stability jadra pomocou jadrových síl je potrebný prebytok neutrónov voči protónom ($Z < N$). Nasýtený charakter jadrových síl však dovoľuje nukleómom takto interagovať len s najbližšími susedmi na rozdiel od Coulombových odpudivých síl, ktorými pôsobia protóny na seba navzájom cez celý rozmer jadra. Preto existuje hranica stability, kedy ani prebytok neutrónov nepostačuje na udržanie stability jadra. Posledné stabilné jadro krivky stability je nuklid $^{208}_{82}\text{Pb}$. Avšak niekedy sa za posledné stabilné jadro považuje nuklid $^{209}_{83}\text{Bi}$, ktorý sa premieňa alfa premenou, ale s veľmi dlhou dobou polpremeny až $2,01 \cdot 10^{19}$ roka. Za hranicou stability už dochádza k samovoľnej premene jadier.

Databázy parametrov jadier



Obr. 1.10: Mapa rádionuklidov *NuDat 3* zobrazujúca stredné väzbové energie jadier [12]

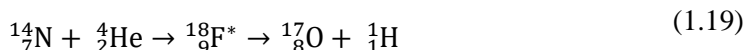
Užitočné parametre nuklidov ako sú napr. stredná väzbová energia, stabilita jadra či doba polpremeny môžeme nájsť v rôznych databázach dostupných na internete. Príkladom je „*NuDat 3*“ od NNDC (National Nuclear Data Centre), najnavštevovanejšia databáza BNL (Brookhaven National Laboratory USA) dostupná na web-stránke <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/> [12] a zobrazená na Obr. 1.10. Tu môžeme graficky zobrazit' strednú väzbovú energiu jednotlivých nuklidov (BE/A = binding energy per nucleon = väzbová energia na nukleón) a vybrať hodnotu pre zvolené jadro, napr. ${}^{62}_{28}\text{Ni}$, kde dostávame hodnotu $\varepsilon = 8794,5567$ keV, vyznačenú červenou elipsou.

1.4 Jadrové reakcie

Vysoko-energetické nabité častice a tiež fotóny a neutróny sa môžu pri zrážke s jadrom atómu rozptýliť alebo vniknúť do jadra a vyvolať rôzne jadrové premeny. Tieto procesy vrátane rozptylu nazývame **jadrové interakcie** (kolízia dvoch jadier alebo jadra s časticou). Tie interakcie, pri ktorých dochádza k zmene štruktúry jadra (k zmene jeho stavu alebo premene na iné jadro) voláme **jadrové reakcie**. Prvú jadrovú reakciu uskutočnil anglický fyzik E. Rutherford v roku 1919, keď bombardoval atómy dusíka časticami alfa a získal atómy kyslíka:



Mechanizmus tohto procesu si môžeme predstaviť nasledovne. Najskôr sa častica alfa zrazí s jadrom dusíka a dočasne vytvorí **zložené jadro** s počtom protónov a neutrónov rovnajúcimi sa súčtom protónov resp. neutrónov v pôvodnom jadre a v častici:



Zložené jadro ${}^{18}_9\text{F}^*$ je vo vzburdenom stave (označujeme hviezdičkou), pretože alfa častica vniesla do jadra prebytok energie, ktorá sa prerozdelení medzi všetky nukleóny jadra. Zložené jadro tým stráca informáciu o tom ako vzniklo. **Kvapkový model štiepenia jadra** prirovnáva vzburdené jadro ku kvapke horúcej kvapaliny, ktorá vyparí jednu alebo viacero molekúl aby sa ochladila, keď v dôsledku štatistických fluktuácií získajú dostatok energie na opustenie kvapky. Podobne, vo vzburdenom jadre v dôsledku štatistických fluktuácií, získa jeden alebo skupina nukleónov dostatok energie na to, aby opustila jadro. Vzburdené jadro tak emituje časticu (v danom prípade protón), prípadne sa zbaví energie vzburdenia vyžiarovaním fotónu gama. Zložené jadro existuje rádovo 10^{-16}s , takže nie je možné ho experimentálne pozorovať.

Energia vzburdenia zloženého jadra závisí od typu a od kinetickej energie bombardujúcej častice. Jadro pohltitím každého nukleónu získava energiu zhruba 8 MeV, čo je pri veľkom priblížení stredná väzbová energia na nukleón v jadrách. Avšak, ak jadro pohltí napr. alfa časticu, na jej rozloženie na nukleóny stratí jej väzbovú energiu 28,3 MeV, a teda jadro získa len $(4 \times 8) - 28 \text{ MeV} = 4 \text{ MeV}$. Naproti tomu v prípade pohltienia napr. deuterónu s väzbovou energiou 2,3 MeV,

jadro získa $(2 \times 8) - 2,3 \text{ MeV} = 13,7 \text{ MeV}$. V prípade neutrónu získava jadro priamo zhruba 8 MeV.

Zápis jadrovej reakcie je analógiou zápisu chemických reakcií. Vo všeobecnosti by sme mohli napísať:



kde X je terčové jadro, x je bombardujúca častica, Y je nové jadro vznikajúce pri reakcii a y je emitovaná častica. „ $X + x$ “ nazývame vstupný kanál reakcie a „ $Y + y$ “ je výstupný kanál reakcie. Vstupných a výstupných kanálov môže byť aj viacero pri jednom zloženom jadre, ako vidieť v Tab. 1.5. V prípade pružného rozptylu by sme interakciu mohli napísať $X + x \rightarrow X + x$ a v prípade nepružného rozptylu zase $X + x \rightarrow X^* + x$, kde terčové jadro prešlo do vzбудeného stavu označeného hviezdičkou.

Tab. 1.5: Vstupné a výstupné kanály reakcií pri vzniku zloženého jadra $^{14}_7\text{N}^*$

Vstupný kanál	Energia vzбудenia	Zložené jadro	Výstupný kanál pre energiu vzбудenia 12 MeV
$^{13}_7\text{N} + \frac{1}{0}\text{n}$	10,5 MeV	$^{14}_7\text{N}^*$	$^{13}_7\text{N} + \frac{1}{0}\text{n}$
$^{13}_6\text{C} + \frac{1}{1}\text{H}$	7,5 MeV		$^{13}_6\text{C} + \frac{1}{1}\text{H}$
$^{12}_6\text{C} + \frac{2}{1}\text{H}$	10,3 MeV		$^{12}_6\text{C} + \frac{2}{1}\text{H}$
$^{11}_6\text{C} + \frac{3}{1}\text{H}$	22,7 MeV		$^{10}_5\text{B} + \frac{4}{2}\text{He}$
$^{10}_5\text{B} + \frac{4}{2}\text{He}$	11,6 MeV		

Jadrové reakcie možno zapisovať aj skrátene:



kde v zátvorkách sa píše častica a zvonku zátvoriek terčové a výsledné jadrá. Niekedy sa pre všeobecný zápis používa len zátvorka (x, y) , čo znamená, že ide o jadrovú reakciu vyvolanú časticou x a s produkciou častice y .

Klasifikácia jadrových reakcií

Jadrové reakcie je vhodné klasifikovať buď podľa druhu častice, ktorá reakciu vyvoláva, alebo podľa druhu častice, ktorá pri jadrovej reakcii vzniká. Prvá klasifikácia je vhodná pri zameraní na rôzny spôsob interakcie častíc s jadrom. Napríklad nabité častice sú ovplyvňované nábojom jadra, ale neutróny nie.

Rozdelenie jadrových reakcií podľa častíc, ktoré reakciu vyvolali:

- Reakcie vyvolané neutrónmi
- Reakcie vyvolané nabitými časticami (α , p ,...)
- Reakcie vyvolané fotónmi gama

Druhá klasifikácia je vhodná pri riešení praktických otázok, napríklad registrácie neutrónov či zdrojov neutrónov.

Rozdelenie jadrových reakcií podľa častíc, ktoré pri reakcii vznikli:

- Reakcie sprevádzané vznikom neutrónov (neutrónové zdroje)
- Reakcie sprevádzané uvoľňovaním nabitých častíc
- Reakcie sprevádzané uvoľňovaním fotónov gama

Jadrové reakcie vyvolané protónmi

Protón musí mať dostatočnú kinetickú energiu na prekonanie Coulombovej bariéry terčového jadra, čo je splniteľnejšie pri ľahkých jadrách. Pri ostreľovaní jadier terčika protónmi dochádza pri niektorých ľahkých prvkoch k reakcii (p, γ). Reakcia sa často využíva ako zdroj gama žiarenia vysokých energií. Napríklad pri reakcii ${}^7\text{Li}(p, \gamma){}^8\text{Be}$ je energia fotónov gama 17 MeV. Pri ľahkých prvkoch dochádza často aj k reakcii typu (p, n).

Jadrové reakcie vyvolané deuterónmi

Vďaka nízkej väzbovej energii deuterónu sa reakcie typu (d, γ) vyskytujú zriedkavo, pretože zložené jadro získa dostatok energie na emisiu častice. Dôležitou reakciou typu (d, p) je ${}^2\text{H}(d, p){}^3\text{H}$, ktorá vedie k vzniku jadra trícia, ktoré v prirodzených podmienkach pre svoju rádioaktivitu neexistuje. Dôležité sú aj reakcie typu (d, n) a to ${}^2\text{H}(d, n){}^3\text{He}$ a ${}^3\text{H}(d, n){}^4\text{He}$, ktoré sa využívajú ako zdroje neutrónov v neutrónových generátoroch.

Jadrové reakcie vyvolané alfa časticami

Reakcia (α, p) bola historicky prvou pozorovanou jadrovou reakciou ${}^{14}\text{N}(\alpha, p){}^{17}\text{O}$. Jadrové reakcie vyvolané alfa časticami sa ľahšie uskutočňujú na ľahkých jadrách, pretože v prípade ťažkých jadier potrebuje alfa častica veľkú kinetickú energiu na prekonanie ich Coulombovej bariéry. Dôležité sú aj reakcie

typu (α, n) , ktoré viedli k objaveniu neutrónu. Veľký význam má najmä reakcia ${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$, ktorá sa využíva ako laboratórny zdroj neutrónov. Tu sa ako zdroj alfa častíc často používajú radón, polónium, plutónium prípadne amerícium.

Jadrové reakcie vyvolané gama žiarením

Vplyvom gama žiarenia dochádza spravidla k reakciám typu (γ, n) , (γ, p) a (γ, α) . Všetky sa podobajú fotoefektu, uvoľneniu elektrónu fotónom, a preto sa nazývajú jadrovým fotoefektom. Nevyhnutnou podmienkou reakcie je, aby bola energia gama fotónu väčšia ako energia potrebná na oddelenie danej častice z jadra. Jadrový fotoefekt bol prvýkrát pozorovaný v roku 1934 v procese fotoštiepenia deuterónu ${}^2\text{H}(\gamma, n){}^1\text{p}$.

Zákony zachovania fyzikálnych veličín uplatňujúce sa pri jadrových reakciách

Jadrové reakcie sú veľmi zložité procesy, na ktorých sa zúčastňuje veľký počet častíc. Ako je známe z klasickej mechaniky, problém pohybu troch alebo viacerých telies nemá v analytickej forme presné riešenie. V jadrovej fyzike navyše situáciu komplikuje skutočnosť, že nepoznáme dokonale vlastnosti jadrových síl. Na druhej strane, všeobecne platné zákony zachovania niektorých fyzikálnych veličín (energie, elektrického náboja, momentu hybnosti...) dovoľujú získať mnohé dôležité údaje o jadrových reakciách bez potreby hlbkej analýzy ich priebehu.

Zákon zachovania elektrického náboja

Súčet elektrických nábojov jadier a častíc vstupujúcich do reakcie sa rovná súčtu nábojov jadier a častíc vznikajúcich pri reakcii:

$$Náb. (X) + Náb. (x) = Náb. (Y) + Náb. (y) \quad (1.22)$$

Jeho demonštráciu uvádzame na nasledovnej jadrovej reakcii:



$$1 + 1 = 2 + 0$$

Zákon zachovania bariónového náboja

Barióny sú častice zložené z troch kvarkov, čiže v prípade jadra atómu sú to neutróny a protóny. Zákon hovorí, že celkové množstvo nukleónov v jadrách a časticiach vstupujúcich do reakcie sa rovná množstvu nukleónov v jadrách a časticiach vznikajúcich pri reakcii:

$$A(X) + A(x) = A(Y) + A(y) \quad (1.24)$$

Jeho demonštráciu uvádzame na nasledovnej jadrovej reakcii:



$$3 + 2 = 4 + 1$$

Zákon zachovania energie

Celková energia uzavretej sústavy zostáva konštantná. Preto celková energia všetkých jadier a častíc vstupujúcich do reakcie E_X sa rovná celkovej energii všetkých jadier a častíc vznikajúcich pri reakcii E_Y . Celková energia častice sa rovná súčtu jej kinetickej E_K a pokojovej energie E_0 . Zákon zachovania energie potom môžeme napísať:

$$\begin{aligned} E_X &= E_Y \\ E_{KX} + E_{0X} &= E_{KY} + E_{0Y} \end{aligned} \quad (1.26)$$

kde E_{KX} a E_{KY} sú súčty kineticčných energií častíc vstupujúcich „x“ resp. vystupujúcich „y“ z reakcie a E_{0X} a E_{0Y} sú súčty pokojových energií častíc vstupujúcich „x“ resp. vystupujúcich „y“ z reakcie:

$$\begin{aligned} E_{KX} &= E_K(X) + E_K(x) \\ E_{KY} &= E_K(Y) + E_K(y) \\ E_{0X} &= E_0(X) + E_0(x) = M(X)c^2 + m(x)c^2 \\ E_{0Y} &= E_0(Y) + E_0(y) = M(Y)c^2 + m(y)c^2 \end{aligned} \quad (1.27)$$

V prípade, že terčik je pred reakciou v pokoji ($E_K(X) = 0$), tak $E_{KX} = E_K(x)$. Vo všeobecnosti sa súčty pokojových energií častíc vstupujúcich do reakcie nerovnajú súčtu pokojových energií častíc vznikajúcich pri reakcii $E_{0X} \neq E_{0Y}$. Rozdiel medzi týmito energiami sa nazýva **reakčná energia** a označuje sa **Q**.

$$Q = E_{0X} - E_{0Y} = E_{KY} - E_{KX}$$

$$Q = \{M(X) + m(x) - M(Y) - m(y)\}c^2 \quad (1.28)$$

Podľa energie reakcie delíme jadrové reakcie do troch skupín:

- Exotermické reakcie $Q > 0$
- Endotermické reakcie $Q < 0$
- Pružné rozptyly $Q = 0$

Ak je reakcia **exotermická**, znamená to, že sa pri nej uvoľňuje energia vo forme kinetickej energie výsledných častíc na úkor zmenšenia ich pokojovej energie $E_{0Y} < E_{0X}$. Exotermická reakcia sa môže uskutočniť pri ľubovoľnej kinetickej energii pôvodnej častice, ak je dostatočne veľká na prekonanie potenciálovej bariéry terčového jadra (v prípade nabitej častice).

Endotermická reakcia znamená, že sa pri reakcii zvyšuje pokojová energia produktov reakcie $E_{0Y} > E_{0X}$ na úkor kinetickej energie bombardujúcej častice. Endotermickú reakciu teda možno uskutočniť iba pri dostatočnej kinetickej energii bombardujúcej častice. Hovoríme o **energetickom prahu reakcie**. Je to minimálna kinetická energia bombardujúcej častice, pri ktorej sa stáva reakcia uskutočniteľná. Pre prahovú energiu reakcie platí:

$$E_K(x)_{\min} = |Q| \frac{M(X) + m(x)}{M(X)} = |Q| \left\{ 1 + \frac{m(x)}{M(X)} \right\} \quad (1.29)$$

Zo vzťahu vidíme, že prahová energia bude vždy väčšia ako reakčná energia. V jadrových reakciách však často býva hmotnosť bombardujúcej častice oveľa menšia ako hmotnosť terčového jadra $m(x) \ll M(X)$, a potom sa prahová energia reakcie bude prakticky rovnať reakčnej energii Q .

V prípade, že sa kinetická aj pokojová energia počas reakcie zachovávajú, bude sa reakčná energia rovnať nule, a takú reakciu nazývame **pružný rozptyl**.

Zákon zachovania momentu hybnosti

Celkový moment hybnosti izolovanej sústavy sa zachováva ak nie je vystavená pôsobeniu vonkajších síl. Pri jadrových reakciách sa moment hybnosti pred a po zrážke zachováva.

1.5 Výpočtové príklady na tému: Jadro atómu

J.1: Porovnajzte vypočítaný polomer jadra ^{238}U a ^4He .

J.2: Vypočítajte pokojovú energiu (MeV) elektrónu, protónu a neutrónu, ak poznáte ich hmotnosti: $m_e = 9,109\,383\,7015 \cdot 10^{-31}\text{kg}$, $m_p = 1,007\,276\,466\,621\text{ u}$, $m_n = 1,008\,664\,915\,95\text{ u}$.

J.3: Vypočítajte hmotnosť 1 jadra ^4He v zjednotených atómových hmotnostných jednotkách u ak poznáte molárnu hmotnosť ^4He rovnú $4,002603\text{ g/mol}$ a viete, že hmotnosť elektrónu je $m_e = 5,485\,799\,090\,65 \cdot 10^{-4}\text{ u}$.

J.4: Koľko atómov ^{238}U a koľko atómov ^1H váži 1 g?

J.5: Vypočítajte väzbovú energiu deuterónu a alfa častice pomocou ich známych hmotností v u.

J.6: Pomocou hmotností atómov: ^4_2He , $^{56}_{26}\text{Fe}$, $^{58}_{26}\text{Fe}$, $^{62}_{28}\text{Ni}$ a $^{209}_{83}\text{Bi}$ vypočítajte strednú väzbovú energiu ich jadier a určite najstabilnejšie jadro.

J.7: Z jadra ^4_2He postupne odoberajte neutrón, protón a neutrón a porovnajzte súčet troch energií na to potrebných, s väzbovou energiou pôvodného jadra. Využite známu hmotnosť neutrónu a protónu ako aj alfa častice, deuterónu a atómu ^3_2He .

J.8: Určte energiu potrebnú na rozdelenie jadra $^{20}_{10}\text{Ne}$ na dve alfa častice a jadro uhlíka $^{12}_6\text{C}$.

J.9: Určte energiu príľnutia protónu, neutrónu a alfa častice v jadre $^{16}_8\text{O}$ pomocou hmotnostného schodku reakcií.

J.10: Pri jadrovej reakcii typu termonukleárnych reakcií $^3_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$ sa uvoľní 17,6 MeV pôvodne pasívnej energie. Vypočítajte pokojovú hmotnosť jadra trícia keď poznáte hmotnosti neutrónu, deuterónu a alfa častice.

J.11: Výsledkom jadrovej reakcie $^7_3\text{Li} + ^1_1\text{H} \rightarrow 2^4_2\text{He}$, pri ktorej protóny bombardujúce lítium majú energiu 600 keV, sú dve alfa častice, každá s kinetickou energiou 8,94 MeV. Určte hmotnosť lítia ak poznáte hmotnosť alfa častice a protónu.

* Pri výpočtoch použite konštanty a údaje o hmotnostiach atómov častíc na stránke: [https://physics.nist.gov/cuu/Constants/\[2\]](https://physics.nist.gov/cuu/Constants/[2]) a www.webelements.com [10].

2 Rádioaktivita

Rádioaktivita je proces samovoľnej premeny niektorých jadier za uvoľnenia subatomárnych častíc alebo gama žiarenia. Jadrá podliehajúce samovoľnej premene nazývame **rádioaktívne** a jadrá nepodliehajúce samovoľnej premene voláme **stabilné**. Atómové jadro pri rádioaktívnej premene vyžiari jednu časticu, niekoľko častíc alebo elektromagnetické žiarenie (gama), čím sa zbavuje svojej excitačnej energie alebo nadobudne konfiguráciu s väčšou stabilitou. Jadro pôvodného nuklidu sa pri nej môže meniť na jadro iného nuklidu, čo vedie k zmene atómového Z či hmotnostného A čísla. **Rádioaktívna látka** je definovaná ako látka, ktorá obsahuje jeden alebo viac rádionuklidov, ktorých **aktivita** (rádioaktivita) nie je z hľadiska radiačnej ochrany zanedbateľná [13].

Rádioaktivitu objavil Henri Becquerel v roku 1896, keď pozoroval neznáme neviditeľné žiarenie z uránových solí pomocou fotografickej platne. Za objav spontánnej rádioaktivity získal Nobelovu cenu za fyziku v roku 1903 spolu s manželmi Marie a Pierre Curie, ktorí spoločne skúmali fenomén radiácie a z jáchymovského smolinca izolovali dva nové rádioaktívne prvky: polónium a rádium. Samotný pojem **rádioaktivita** navrhla práve Marie Curie asi 4 roky po jej objavení.

Pri premene rádioaktívnych jadier sa emitujú alfa častice (jadrá hélia ${}^4_2\text{He}$), beta častice (elektróny alebo pozitrony) a fotóny gama. Niekedy sa môžu emitovať aj iné častice ako protóny, neutróny alebo sa jadro rozštípe na fragmenty. Nevyhnutnou, no nie postačujúcou **podmienkou rádioaktívnej premeny** je jej energetická výhodnosť. To znamená, že hmotnosť rádioaktívneho jadra musí byť väčšia ako hmotnosť novovzniknutého jadra a častíc, ktoré sa pri premene uvoľnia, a preto bude **energia premeny** Q , ktorá sa prejaví ako kinetická energia produktov premeny, kladné číslo:

$$M_i c^2 = M_f c^2 + \sum M_\zeta c^2 + Q \quad (2.2)$$

M_i – pokojová hmotnosť pôvodného jadra

M_f – pokojová hmotnosť novovzniknutého jadra

M_ζ – pokojová hmotnosť uvoľnených častíc

Q – energia premeny

c – rýchlosť svetla vo vákuu

Energia premeny jadra principiálne zodpovedá definícii *reakčnej energie* pri jadrových reakciách dvoch jadier, a preto sa používa rovnako označenie Q .

Rádioaktívnu premenu charakterizujú druh a energia emitovaných častíc, doba premeny a pri emisii viacerých častíc ich vzájomná orientácia. Rádioaktivita je štatistický proces. Rovnaké jadrá sa premieňajú za rôzne dlhý časový interval. Pričom pravdepodobnosť premeny nezávisí od spôsobu vzniku jadra ani od doby, ktorá od vzniku jadra uplynula, či od vonkajšej teploty alebo tlaku. Rádioaktívna premena je vlastnosťou samotného jadra a závisí len od jeho vnútorného stavu. Rádioaktívnu premenu vybraného jadra možno charakterizovať strednou dobou života rádioaktívneho jadra prípadne dobou polpremeny. Doba polpremeny je doba, za ktorú sa premení polovica z daného typu rádioaktívnych jadier. Rozsah dôb charakterizujúcich rádioaktívne jadrá je prekvapivo široký. Poznáme alfa rádioaktívne jadrá s dobou polpremeny od nepatrných zlomkov sekundy (${}^{212}_{84}\text{Po}$: $2,99 \cdot 10^{-7}\text{s}$) až po biliardy rokov (${}^{144}_{60}\text{Nd}$: $2,29 \cdot 10^{15}\text{r} = 7,23 \cdot 10^{22}\text{s}$) [12]. V porovnaní s mierkami v mikrosvete sú tieto doby obrovské ako napríklad v porovnaní s charakteristickým *jadrovým časom*, čiže dobou preletu nukleónu priemerom jadra, ktorý je rádovo 10^{-21}s . Takže v prípade ${}^{238}_{92}\text{U}$ stihnú nukleóny za strednú dobu života 10^{38} -krát obehnúť jadro, kým dôjde k emisii častice. Je zrejmé, že musia existovať fyzikálne príčiny, vďaka ktorým jadro existuje relatívne dlhú dobu a až potom sa rozpadne. Medzi hlavné príčiny patria:

- Emisia ťažkých kladne nabitých častíc (alfa, protóny, deuteróny ...) je silne potláčaná Coulombovou bariérou jadra.
- Malá intenzita slabej interakcie vyvolávajúcej beta premenu, v porovnaní s jadrovými silami.

2.1 Zákon rádioaktívnej premeny

Rádioaktívna premena je náhodný proces. Štatistickou veličinou popisujúcou premenu je **premenová konštanta** λ vyjadrujúca pravdepodobnosť premeny jedného jadra za jednotku času. Pri veľkom počte rovnakých rádioaktívnych jadier N_{RJ} sa za jednotku času premení $N_{RJ}\lambda$ jadier:

$$A_k = N_{RJ}\lambda \quad (2.2)$$

Veličinu A_k nazývame **aktivita** rádioaktívnej látky (tiež rádioaktivita). Je to rýchlosť akou sa jadrá daného materiálu premieňajú.

$$A_k = -\frac{dN_{RJ}}{dt} \quad (2.3)$$

Znamienko mínus sa používa preto, aby bola aktivita kladné číslo, keďže zmena počtu rádioaktívnych jadier v čase je záporná (počet rádioaktívnych jadier klesá). Jednotkou aktivity je Bq (becquerel). Aktivita látky 1 Bq znamená, že v látke nastáva jedna rádioaktívna premena za 1 sekundu. Do roku 1974 sa pre aktivitu používala jednotka Ci (Curie), kde $1 \text{ Ci} = 37 \text{ GBq}$, čo zodpovedá aktivite 1 g rádia.

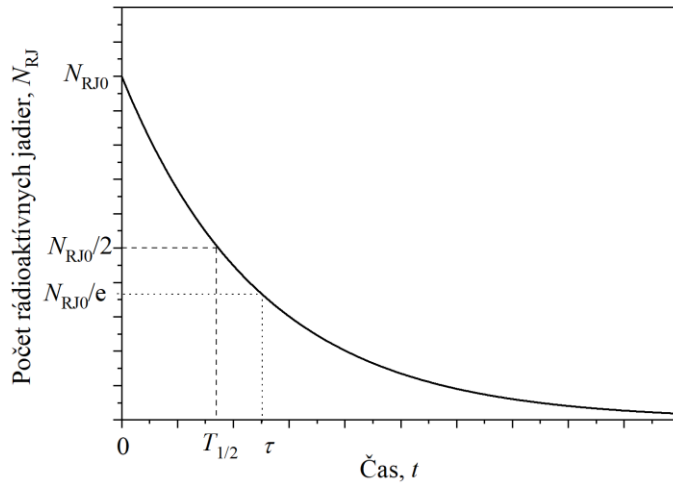
Pretože proces rádioaktívnej premeny je samovoľný, počet rádioaktívnych jadier dN_{RJ} , ktoré sa premenia počas doby dt určuje iba celkové množstvo rádioaktívnych jadier N_{RJ} v momente času t a je úmerný pravdepodobnosti λdt , že sa ľubovoľné jadro premení v časovom intervale dt :

$$dN_{RJ} = -N_{RJ}\lambda dt \quad (2.4)$$

Integráciou rovnice a za predpokladu, že v čase $t = 0$ bol počet rádioaktívnych jadier N_{RJ0} , dostaneme vzťah:

$$N_{RJ} = N_{RJ0}e^{-\lambda t} \quad (2.5)$$

ktorý nazývame **Zákon rádioaktívnej premeny**, a ktorý vyjadruje skutočnosť, že počet rádioaktívnych jadier N_{RJ} s časom t exponenciálne klesá (Obr. 2.1).



Obr. 2.1: Grafické znázornenie exponenciálneho poklesu počtu rádioaktívnych jadier s časom, Zákon rádioaktívnej premeny

Ďalšou charakteristickou veličinou rádioaktívnych jadier je **stredná doba života** označovaná τ , definovaná ako vážený priemer dôb života daného typu jadier:

$$\tau = \frac{\sum t \cdot N_{RJ}}{\sum N_{RJ}} = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot dN_{RJ}}{\int_0^{\infty} dN_{RJ}} \quad (2.6)$$

a s použitím vzťahu (2.5) možno ukázať, že stredná doba života rádioaktívneho jadra sa rovná prevrátenej hodnote konštanty premeny:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (2.7)$$

Ak vzťah (2.7) dosadíme do Zákona rádioaktívnej premeny (2.5), môžeme ukázať, že stredná doba života je čas, za ktorý pôvodný počet rádioaktívnych jadier klesne e-krát:

$$N_{RJ}(\tau) = N_{RJ0} e^{-\lambda \frac{1}{\lambda}} = N_{RJ0} e^{-1} = \frac{N_{RJ0}}{e} \quad (2.8)$$

Doba, za ktorú sa v priemere premení polovica rádioaktívnych jadier, resp. za ktorú klesne aktivita rádioaktívnej látky na polovicu, sa nazýva **doba polpremeny**, označuje sa $T_{1/2}$ a vychádzajúc zo Zákona rádioaktívnej premeny (2.5) môžeme odvodiť vzťah pre dobu polpremeny nasledovne:

$$\frac{N_{\text{RJ}0}}{2} = N_{\text{RJ}0} e^{-\lambda T_{1/2}}, \quad 2 = e^{\lambda T_{1/2}}, \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (2.9)$$

Vzájomný vzťah medzi strednou dobou života jadier a dobou polpremeny možno odvodiť skombinovaním vzťahov (2.7) a (2.9), kde stredná doba života je 1,44-krát dlhšia ako doba polpremeny:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 1,44 \cdot T \quad (2.10)$$

Keďže aktivita rádioaktívnej látky je definovaná vzťahom (2.3), pomocou Zákona rádioaktívnej premeny môžeme odvodiť vzťah (2.2), čo je empirický zákon pre aktivitu.

$$A_{\text{k}}(t) = -\frac{dN_{\text{RJ}}(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}(N_{\text{RJ}0} e^{-\lambda t}) = +\lambda N_{\text{RJ}0} e^{-\lambda t} = \lambda N_{\text{RJ}} \quad (2.11)$$

Ak uvážime, že počiatková aktivita látky $A_{\text{k}0} = \lambda N_{\text{RJ}0}$, úpravou vzťahu (2.11) dostaneme vzťah pre časový priebeh aktivity rádioaktívnej látky v čase:

$$A_{\text{k}}(t) = \lambda N_{\text{RJ}0} e^{-\lambda t} = A_{\text{k}0} e^{-\lambda t} \quad (\text{Bq}) \quad (2.12)$$

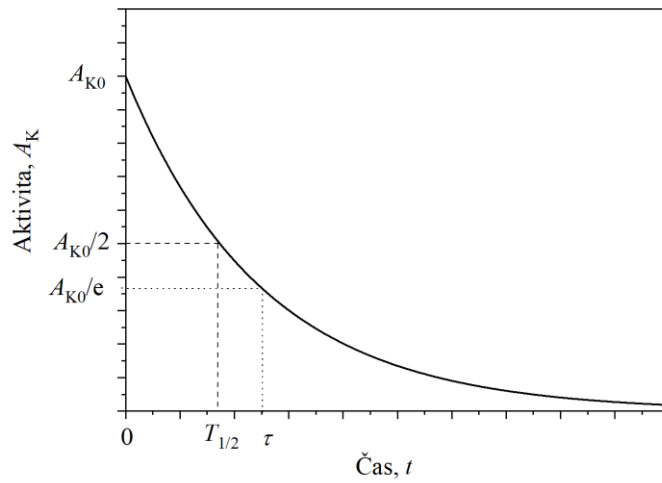
V praxi sa používa aj pojem **hmotnostná aktivita** a_{m} , je to aktivita 1 kg látky a platí:

$$a_{\text{m}} = \frac{A_{\text{k}}(t)}{m} = \frac{A_{\text{k}}(t)}{\rho V} \quad (\text{Bq/kg}) \quad (2.13)$$

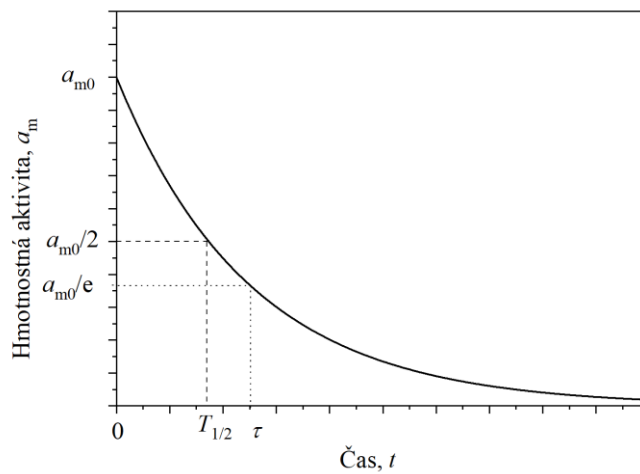
kde m (kg) predstavuje hmotnosť látky v kg, ρ predstavuje jej hustotu (kg/m^3) a V objem (m^3). Pre **objemovú aktivitu** a_{V} zase platí, že je to aktivita jednotky objemu a zvyčajne sa udáva v (Bq/l).

$$a_{\text{V}} = \frac{A_{\text{k}}(t)}{V} \quad (\text{Bq/l}) \quad (2.14)$$

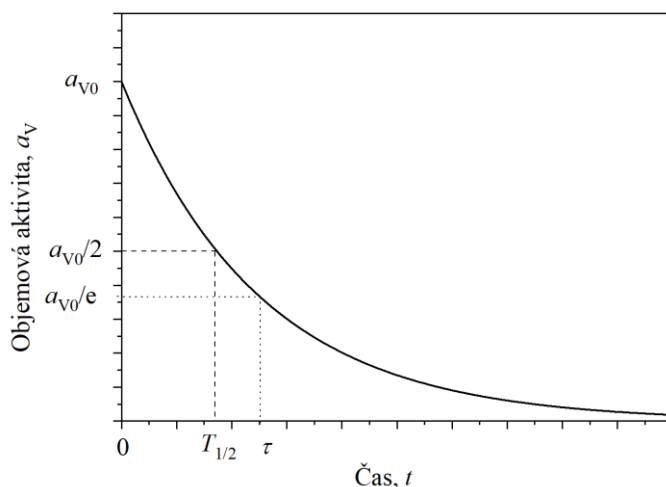
Grafické znázornenie časovej závislosti aktivity rádioaktívnej látky (Obr. 2.2), hmotnostnej aktivity (Obr. 2.3) aj objemovej aktivity (Obr. 2.4) má rovnaký exponenciálny priebeh ako závislosť počtu rádioaktívnych jadier s časom na obrázku (Obr. 2.1).



Obr. 2.2: Grafické znázornenie exponenciálneho poklesu aktivity rádioaktívneho materiálu s časom



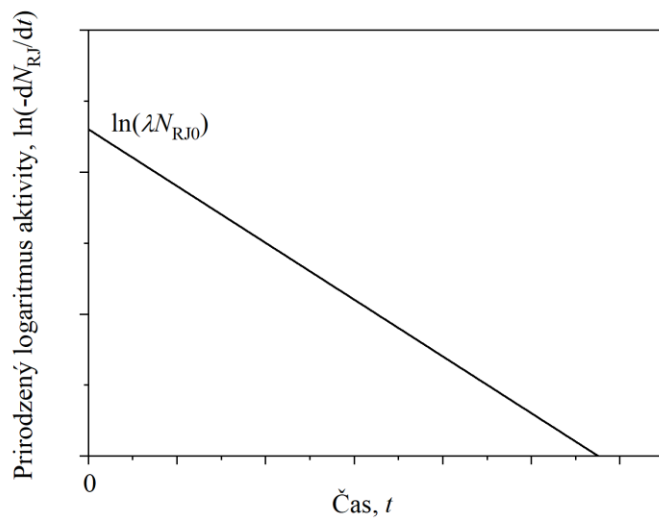
Obr. 2.3: Grafické znázornenie exponenciálneho poklesu hmotnostnej aktivity rádioaktívneho materiálu s časom



Obr. 2.4: Grafické znázornenie exponenciálneho poklesu objemovej aktivity rádioaktívnej látky s časom

Určenie doby polpremeny je jedným z prvých experimentálne stanovených parametrov v prípade novoobjavených rádionuklidov. Doba polpremeny môže nadobúdať hodnoty od mikrosekúnd až po viac ako milióny rokov. Experimentálne, s využitím znalosti Zákona rádioaktívnej premeny, možno určiť dobu polpremeny rádionuklidov, ktorá je v rozmedzí niekoľkých sekúnd až niekoľko hodín. Pre jej určenie je potrebné zmerať zmenu aktivity s časom, čo sa dá realizovať postupným meraním počtu impulzov za rovnaké časové intervaly. Nameraný počet impulzov je úmerný aktivite látky. Grafická závislosť prirodzeného logaritmu nameraných impulzov $-\frac{dN_{RJ}}{dt}$ ako funkcie času t (Obr. 2.5) bude mať lineárny priebeh a jej smernica sa bude rovnať konštante premeny rádionuklidu:

$$\ln\left(-\frac{dN_{RJ}}{dt}\right) = \ln\left[-\frac{d}{dt}(N_{RJ0}e^{-\lambda t})\right] = \ln(\lambda N_{RJ0}e^{-\lambda t}) = \ln\lambda N_{RJ0} - \lambda t \quad (2.15)$$

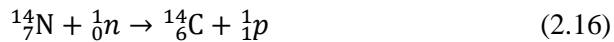


Obr. 2.5: Prirodzený logaritmus nameranej aktivity ako funkcia času

2.2 Uhlíková metóda datovania

Jedným z praktických využití matematicky jednoducho predvídateľnej zmeny v počte rádioaktívnych jadier s časom, Zákona rádioaktívnej premeny (Obr. 2.1), je **rádioaktívne datovanie**. Rádioaktívne datovanie je metóda, ktorá určuje vek objektov pomocou merania zostávajúceho množstva rádioaktívneho materiálu v objekte.

Najznámejšou metódou je tzv. **Uhlíková metóda datovania**, ktorá využíva prítomnosť malého množstva rádioaktívneho izotopu uhlíka $^{14}_6\text{C}$ v organizmoch a materiáloch. Tento izotop je neustále produkovaný vo vrchnej časti atmosféry. Kozmické lúče zo slnka produkujú pri interakcii s atómami atmosféry energetické neutróny. Tie vyvolávajú jadrovú reakciu s atómami dusíka $^{14}_7\text{N}$ za produkcie rádioaktívneho $^{14}_6\text{C}$ a protónu:



Uhlík $^{14}_6\text{C}$ oxiduje na oxid uhličitý ($^{14}\text{CO}_2$) a postupuje do nižších vrstiev atmosféry, kde sa pomocou fotosyntézy dostáva do rastlín, dosahujúc rovnakú koncentráciu $^{14}_6\text{C}$ aká je v atmosfére. Keďže je uhlík nevyhnutným prvkom pre život rastlín a živočíchov, spolu s ním sa pomocou potravinového reťazca dostane do ich tela aj izotop $^{14}_6\text{C}$, a to v rovnakej koncentrácii, v akej je v atmosfére. Po smrti, rastlina aj živočích prestávajú prijímať živiny, a tým aj $^{14}_6\text{C}$. Rádioaktívny $^{14}_6\text{C}$ sa v ich tele premieňa beta mínus premenou na $^{14}_7\text{N}$:



S časom jeho koncentrácia v tele odumretej rastliny alebo živočicha exponenciálne klesá, presne podľa zákona rádioaktívnej premeny (2.5), a to s dobou polpremeny 5700 rokov [12, 14].

Hmotnostná aktivita uhlíka vyjadruje pomer $^{14}_6\text{C}$ voči stabilným izotopom uhlíka (98,93 % $^{12}_6\text{C}$, 1,07 % $^{13}_6\text{C}$) v organizmoch. Hmotnostná aktivita uhlíka na Zemi nebola vždy ustálená a do roku 1950 bola cca 233 Bq/kg [15]. Dôvodom jej kolísania sú cykly v intenzite kozmického žiarenia. Významnými procesmi meniacimi pomer rádioaktívneho uhlíka a jeho stabilných izotopov boli priemyselná revolúcia na prelome 19. a 20. storočia a testy jadrových zbraní v polovici 20-teho storočia. Počas priemyselnej revolúcie sa do ovzdušia dostával vo veľkej miere uhlík z fosílnych palív. Keďže sú fosílna palivá tvorené dávno

odumretými organizmami, ich rádioaktívny uhlík $^{14}_6\text{C}$ sa už premenil a v atmosfére sa zvyšoval podiel stabilných izotopov uhlíka voči rádioaktívnym. Preto pomer rádioaktívneho uhlíka $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ poklesol na Zemi na $1,5 \cdot 10^{-12}$. Naopak, pri testoch jadrových zbraní sa zvýšilo množstvo energetických neutrónov v atmosfére, ktoré spôsobujú vznik rádioaktívneho $^{14}_6\text{C}$ v nej. Pomer $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ zaznamenal po jadrových testoch nárast na zhruba dvojnásobok $3 \cdot 10^{-12}$.

Uhlíková metóda datovania môže byť použitá na určenie veku organických objektov, ktoré odumreli nie pred viac ako 60 tisíc rokmi, čo je približne 10 dôb polpremeny $^{14}_6\text{C}$. Okrem drevených artefaktov sa dá použiť aj na určovanie veku obrazov, ak farby, ktorými boli namaľované sú na organickej báze. Rovnako ňou možno určiť aj vek tkanín z organických materiálov. Najslávnejším použitím uhlíkovej metódy dátovania bolo iste určenie veku Turínskeho plátna, o ktorom sa predpokladalo, že by mohlo byť pohrebným zahalením Ježiša Krista. Uhlíková metóda však určila vznik Turínskeho plátna zhruba na rok 1300 [16].

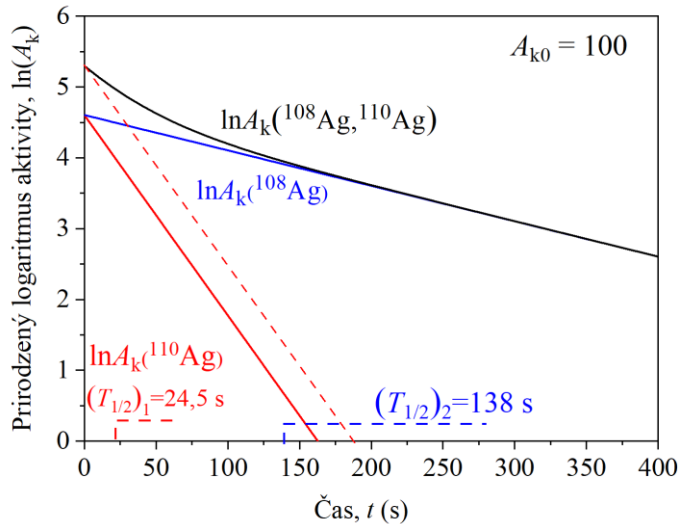
Pre datovanie môžu byť použité aj iné rádionuklidy ako ^{14}C . Napríklad vek skál obsahujúcich ^{238}U sa dá určiť meraním pomeru $^{238}\text{U}/^{206}\text{Pb}$ za predpokladu, že všetko ^{206}Pb pochádza z premeny uránu [15].

2.3 Zložená rádioaktívna premena

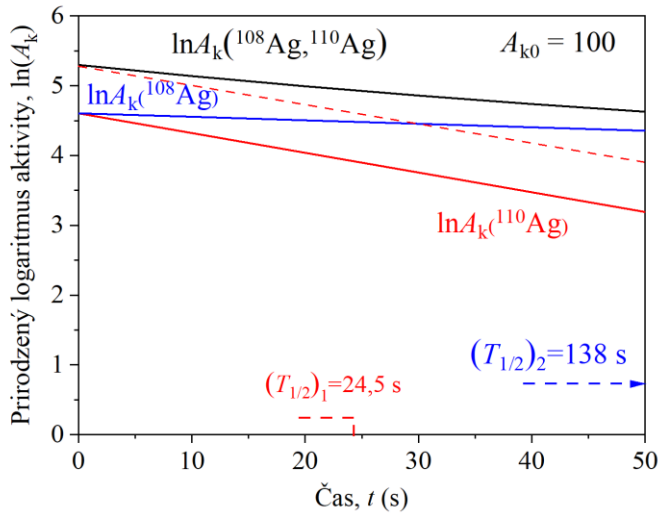
O zloženej rádioaktívnej premene hovoríme, ak sledovaný preparát obsahuje nie jeden, ale viac typov rádioaktívnych jadier (kompozitný preparát), ktoré sa premieňajú nezávisle na sebe. Ak napríklad preparát obsahuje dva rôzne typy rádioaktívnych jadier s konštantami premeny λ_1 a λ_2 , potom celkový počet rádioaktívnych jadier N_{RJ} sa bude s časom t meniť podľa vzťahu:

$$N_{RJ}(t) = N_{RJ10}e^{-\lambda_1 t} + N_{RJ20}e^{-\lambda_2 t} \quad (2.18)$$

kde N_{RJ10} a N_{RJ20} sú počty rádioaktívnych jadier v čase $t = 0$. V prírode je väčšina rádioaktívnych materiálov kompozitných, a preto môže nastať problém v určovaní aktivity jednotlivých ich zložiek. Ak však predpokladáme, že vzorka obsahuje dva rôzne typy rádioaktívnych jadier, ktorých doby polpremeny sa výrazne líšia, veľmi jednoducho môžeme experimentálne určiť ich konštanty premeny a následne z nich vyplývajúce parametre nuklidov.



Obr. 2.6: Priradený logaritmus nameranej celkovej aktivity kompozitnej vzorky striebra (čierna), obsahujúcej izotopy ^{108}Ag (modrá) a ^{110}Ag (červená) ako funkcie času (zobrazenie časov podstatne väčších ako je doba polpremeny (24,5 s) krátko žijúceho izotopu (^{110}Ag))



Obr. 2.7: Prirodzený logaritmus nameranej celkovej aktivity kompozitnej vzorky striebra (čierna), obsahujúcej izotopy ^{108}Ag (modrá) a ^{110}Ag (červená), ako funkcie času. (zobrazenie časov podstatne menších ako je doba polpremeny (138 s) dlho žijúceho izotopu (^{108}Ag))

Využijeme grafickú závislosť prirodzeného logaritmu nameranej aktivity ako funkciu času, podobne ako v prípade Obr. 2.5, ktorej priebeh však už nebude lineárny (Obr. 2.6, 2.7). Jej priebeh môžeme popísať vzťahom:

$$\ln(A_k) = \ln\left(-\frac{dN_{\text{RJ}}}{dt}\right) = \ln(\lambda_1 N_{\text{RJ}10} e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 N_{\text{RJ}20} e^{-\lambda_2 t}) \quad (2.19)$$

Ak predpokladáme, že v čase $t = 0$ mali oba typy rádioaktívnych vzoriek rovnaký počiatkový počet jadier a doba polpremeny krátko žijúceho izotopu $T_{1/2_1}$ (napr. $T_{1/2}(^{110}\text{Ag}) = 24,5 \text{ s}$) je podstatne menšia ako v prípade druhého izotopu $T_{1/2_2}$ (napr. $T_{1/2}(^{108}\text{Ag}) = 2,3 \text{ min}$), tak potom v čase podstatne väčšom ako je $T_{1/2_1}$ bude platiť:

$$\ln(A_k) = \ln(\lambda_2 N_{\text{RJ}20} e^{-\lambda_2 t}) = \ln(\lambda_2 N_{\text{RJ}20}) - \lambda_2 t \quad (2.20)$$

Čiže krivka $\ln A_k(t)$ bude mať v tejto časti lineárny priebeh, pretože jadrá krátko žijúceho izotopu budú už takmer všetky premenené, a smernica priamky sa bude rovnať konštante premeny dlho žijúceho izotopu λ_2 .

Naopak, v čase podstatne menšom ako je $T_{1/2_2}$ bude pre závislosť $\ln A_k(t)$ platiť:

$$\ln(A_k) = \ln(\lambda_1 N_{RJ10} e^{-\lambda_1 t}) = \ln(\lambda_1 N_{RJ10}) - \lambda_1 t \quad (2.21)$$

Smernica lineárnej časti krivky v tejto oblasti bude totožná s konštantou premeny krátko žijúceho izotopu λ_1 , keďže príspevok dlho žijúceho izotopu k výslednej aktivite môžeme zanedbať.

2.4 Ret'azová rádioaktívna premena

Pri rádioaktívnych jadrách často nastáva situácia, že jadro, ktoré vzniklo premenou primárneho rádioaktívneho jadra, je tiež rádioaktívne. Pôvodné jadro nazývame *materské jadro* a vzniknuté rádioaktívne jadro nazývame *dcérske jadro*. Pritom doba polpremeny dcérskeho jadra sa môže veľmi líšiť od doby polpremeny jeho materského jadra. V takomto prípade prebiehajú súčasne dva procesy: I. produkcia dcérskeho jadra (premenou materských jadier s indexom „M“) a II. Premena dcérskeho jadra s indexom „D“, ktoré môžeme zapísať nasledovne:

I. Premena materských jadier

$$\frac{dN_{RJM}}{dt} = -\lambda_M N_{RJM} \quad (2.22)$$

II. Premena a pribúdanie dcérskeho jadra

$$\frac{dN_{RJD}}{dt} = -\lambda_D N_{RJD} + \lambda_M N_{RJM} \quad (2.23)$$

Pri použití Zákona rádioaktívnej premeny (2.5) pre premenu materských jadier dostaneme zo vzťahu (2.23) lineárnu diferenciálnu rovnicu prvého rádu:

$$\frac{dN_{RJD}}{dt} + \lambda_D N_{RJD} - \lambda_M N_{RJM0} e^{-\lambda_M t} = 0 \quad (2.24)$$

Jej riešením je vzťah pre počet rádioaktívnych dcérskeho jadra N_{RJD} v závislosti od uplynutého času t , počiatočného počtu dcérskeho jadra N_{RJD0} , počiatočného počtu materských jadier N_{RJM0} a konštant premeny dcérskeho λ_D a materského λ_M jadra:

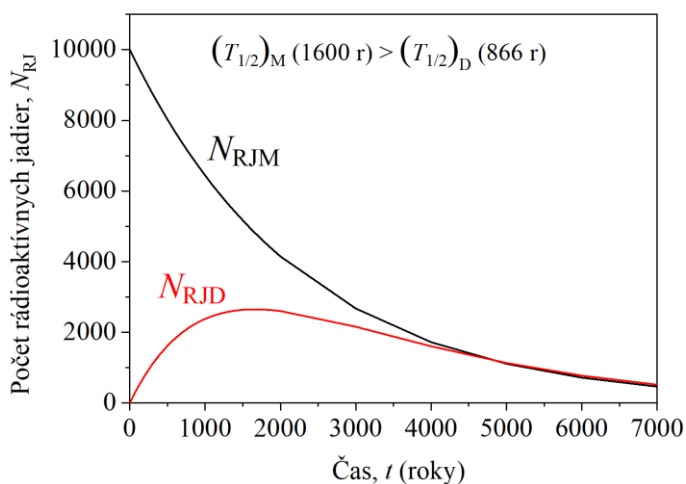
$$N_{RJD} = \frac{\lambda_M}{\lambda_D - \lambda_M} N_{RJM0} (e^{-\lambda_M t} - e^{-\lambda_D t}) + N_{RJD0} e^{-\lambda_D t} \quad (2.25)$$

Pri použití vzťahu (2.2) pre aktivitu $A_{KD} = \lambda_D N_{RJD}$ môžeme získať nasledovnú závislosť pre aktivitu dcérskeho materiálu ako funkciu času:

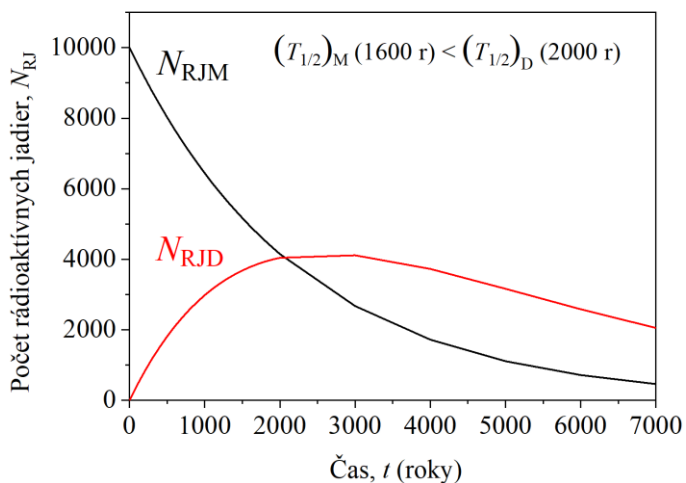
$$A_{KD} = \frac{\lambda_D}{\lambda_D - \lambda_M} A_{KM0} (e^{-\lambda_M t} - e^{-\lambda_D t}) + A_{KD0} e^{-\lambda_D t} \quad (2.26)$$

V prípade, že v čase $t = 0$ bol počet dcérskeho jadra nulový ($N_{RJD0} = 0$), vzťah (2.25) možno nasledovne zjednodušiť:

$$N_{\text{RJD}} = \frac{\lambda_{\text{M}}}{\lambda_{\text{D}} - \lambda_{\text{M}}} N_{\text{RJM0}} (e^{-\lambda_{\text{M}}t} - e^{-\lambda_{\text{D}}t}) \quad (2.27)$$



Obr. 2.8: Závislosť počtu materských a dcérskych jadier ako funkcia času pre dobu polpremeny dcérskeho nuklidu kratšiu ako materského



Obr. 2.9: Závislosť počtu materských a dcérskych jadier ako funkcia času pre dobu polpremeny dcérskeho nuklidu dlhšiu ako materského

Na obrázkoch sú znázornené priebehy počtu materských a dcérskych jadier v čase pri reťazovej rádioaktívnej premene, a to pre dva rôzne prípady. V prípade, ak je doba polpremeny materského nuklidu podstatne väčšia ako doba polpremeny

dcérskeho nuklidu (Obr. 2.8), a v prípade ak je doba polpremeny materského nuklidu kratšia ako doba polpremeny dcérskeho nuklidu (Obr. 2.9).

V prípade reťazovej rádioaktívnej premeny, keď sú splnené nasledovné tri podmienky, materský a dcérsky nuklid dosiahnu tzv. **Stav rádioaktívnej rovnováhy**:

I. $N_{\text{RJD}0} = 0$

Počet dcérskych jadier v čase nula sa rovnal nule. Potom sa počet dcérskych jadier s časom mení podľa vzťahu (2.27).

II. $T_M \gg T_D$

Doba polpremeny dcérskeho rádionuklidu je podstatne kratšia ako doba polpremeny jeho materského rádionuklidu. Potom premenová konštanta dcérskeho rádionuklidu je oveľa väčšia ako premenová konštanta materského rádionuklidu a rozdiel $\lambda_D - \lambda_M$ vo vzťahu (2.27) môžeme nahradiť λ_D a zátvorku $(e^{-\lambda_M t} - e^{-\lambda_D t})$ ak $\lambda_M \rightarrow 0$, nahradíme $(1 - e^{-\lambda_D t})$. Potom: $N_{\text{RJD}} = \frac{\lambda_M}{\lambda_D} N_{\text{RJM}0} (1 - e^{-\lambda_D t})$.

III. $T_D \ll t \ll T_M$

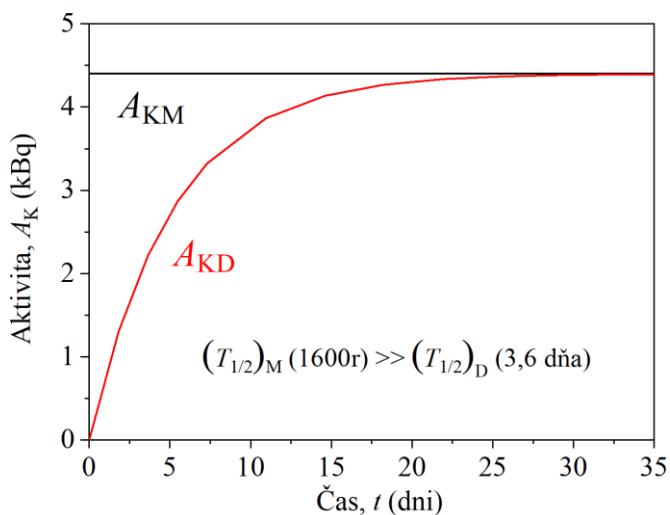
Stav rádioaktívnej rovnováhy platí pre čas podstatne kratší ako doba polpremeny materského rádionuklidu, avšak podstatne dlhší ako doba polpremeny dcérskeho rádionuklidu. V čase podstatne kratšom ako doba polpremeny materského rádionuklidu zostáva počet materských jadier takmer nezmenený a môžeme N_{0M} nahradiť N_M . Ak súčasne platí, že uplynul čas, ktorý je podstatne dlhší ako doba polpremeny dcérskeho rádionuklidu, tak $(1 - e^{-\lambda_D t}) \rightarrow 1$.

Pri splnení týchto troch podmienok bude platiť: $N_{\text{RJD}} = \frac{\lambda_M}{\lambda_D} N_{\text{RJM}}$, a teda: $N_{\text{RJD}} \lambda_D = N_{\text{RJM}} \lambda_M$, čo môžeme upraviť:

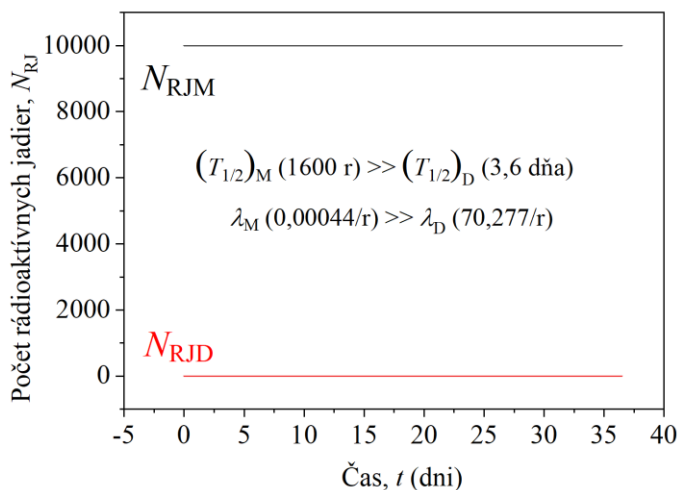
$$A_{\text{KD}} \cong A_{\text{KM}} \quad (2.28)$$

Vzťah nazývame **Zákon rádioaktívnej rovnováhy** a hovorí, že za uvedených troch podmienok sa bude aktivita dcérskeho rádionuklidu rovnat približne aktivite materského rádionuklidu. Teda koľko dcérskych jadier vznikne, toľko sa ich aj premení a nebude dochádzať k hromadeniu dcérskeho produktu. Príkladom takých nuklidov je ^{226}Ra ako materský rádionuklid s dobou polpremeny 1600 r

a produkt jeho alfa premeny ^{222}Rn s dobou polpremeny 3,6 dňa, ktorý je tiež alfa rádioaktívny.



Obr. 2.10: Závislosť aktivít materského a dcérskeho rádionuklidu ako funkcia času v prípade, že doba polpremeny dcérskeho nuklidu ($T_{1/2}(^{222}\text{Rn}) = 3,6$ dňa) je výrazne kratšia ako materského nuklidu ($T_{1/2}(^{226}\text{Ra}) = 1600$ r)



Obr. 2.11: Závislosť počtu materských a dcérskeho jadier ako funkcia času v prípade, že doba polpremeny dcérskeho nuklidu ($T(^{222}\text{Rn}) = 3,6$ dňa) je výrazne kratšia ako materského nuklidu ($T(^{226}\text{Ra}) = 1600$ r)

Na Obr. 2.10 je znázornený priebeh ich aktivít a možno pozorovať, že v čase 3,6 dňa $\ll t \ll 1600$ r, sa skutočne aktivita dcérskeho ^{222}Rn blíži aktivite materského ^{226}Ra . Samotný počet rádioaktívnych jadier materského a dcérskeho nuklidu sa však líši, ako možno vidieť na Obr. 2.11.

Zákon rádioaktívnej rovnováhy nájde uplatnenie pri určovaní veľmi dlhých dôb polpremien materských jadier, zmeraním doby polpremeny ich dcérskeho nuklidu alebo pri tzv. **Geologickom datovaní**, kedy sa využíva nameraný rozdiel medzi aktivitou dcérskeho a materského rádionuklidu geologických objektov. Čím menší rozdiel v aktivitách dcérskeho a materského rádionuklidu, tým dlhší čas uplynul od ich vzniku. Touto metódou bol napríklad potvrdený rovnaký vek Mesiaca a Zeme.

2.5 Aktivácia jadier a jej využitie

Aktivácia je proces, pri ktorom z materiálu, ktorý nie je rádioaktívny, pripravíme pôsobením radiácie rádioaktívny materiál, prípadne ak zvyšujeme aktivitu už rádioaktívneho materiálu. Aktivácia nachádza praktické uplatnenie v dvoch hlavných smeroch:

- pri príprave zdrojov ionizujúceho žiarenia v urýchľovačoch alebo jadrových reaktoroch
- pri aktivačných detektoroch neutrónov.

Na to, aby sme materiál aktivovali, musí byť vystavený radiácii, ktorá zmení zloženie jadier atómov materiálu tak, že sa stanú nestabilnými. Najjednoduchšie je to možné pomocou neutrónov, ktoré nie sú kladným jadrom odpudzované. V momente, keď začne ožarovanie materiálu, súčasne začína aj jeho rádioaktívna premena. To znamená, že oba procesy, *ožarovanie* aj *premena*, prebiehajú súčasne. Rýchlosť premeny závisí od doby polpremeny aktivovaného materiálu. Rýchlosť aktivácie q je úmerná I. hustote toku častíc, ktorými ožarujeme φ (cm^{-2}/s) (napr. hustota toku tepelných neutrónov), II. priemernému účinnému prierezu aktivácie σ (cm^2), III. počtu terčových jadier $N_{\text{TERČ}}$.

$$q = \varphi \sigma_{\text{akt}} N_{\text{TERČ}} = \varphi \cdot \Sigma \quad (2.29)$$

Rýchlosť aktivácie q je vlastne rýchlosť tvorby rádioaktívnych jadier za sekundu, nazývaná aj reakčná rýchlosť. Možno ju vypočítať aj ako súčin hustoty toku častíc φ a makroskopického účinného prierezu Σ ich interakcie s materiálom.

Počet rádioaktívnych jadier sa pri aktivácii s časom mení. Prírastok počtu rádioaktívnych jadier pri aktivácii závisí od rýchlosti aktivácie q a od rýchlosti premeny ($\lambda \cdot N_{\text{RJ}}$) nasledovne:

$$\frac{dN_{\text{RJ}}(t_a)}{dt_a} = q - \lambda \cdot N_{\text{RJ}} \quad (2.30)$$

kde t_a je doba aktivácie. Integrovaním uvedenej diferenciálnej rovnice dostaneme vzťah pre počet rádioaktívnych jadier ako funkcie doby aktivácie t_a :

$$N_{\text{RJ}}(t_a) = N_{\text{RJ}0} e^{-\lambda t_a} + \frac{q}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_a}) \quad (2.31)$$

kde prvý člen súčtu predstavuje premenu už existujúcich rádioaktívnych jadier a druhý člen ich tvorbu aktiváciou. V prípade, že v čase $t = 0$ bol počet rádioaktívnych jadier nula, vzťah môžeme zjednodušiť na:

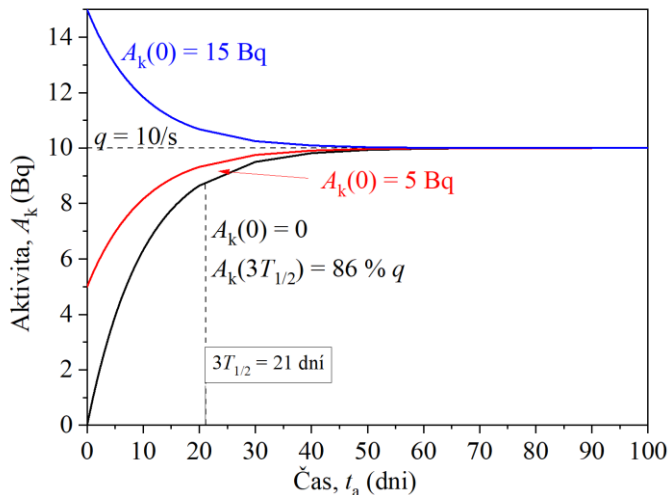
$$N_{\text{RJ}}(t_a) = \frac{q}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t_a}) \quad (2.32)$$

Ak obe strany vzťahu (2.31) vynásobíme premenovou konštantou aktivovaných jadier, získame vzťah pre aktivitu materiálu pripravovaného aktiváciou po dobu t_a :

$$A_k(t_a) = A_{k0}e^{-\lambda t_a} + q(1 - e^{-\lambda t_a}) \quad (2.33)$$

Uvedený vzťah platí len počas doby aktivácie a za konštantnej rýchlosti aktivácie q . Ak aktivita vzorky v čase $t = 0$ sa rovnala nule, potom môžeme vzťah zjednodušiť nasledovne:

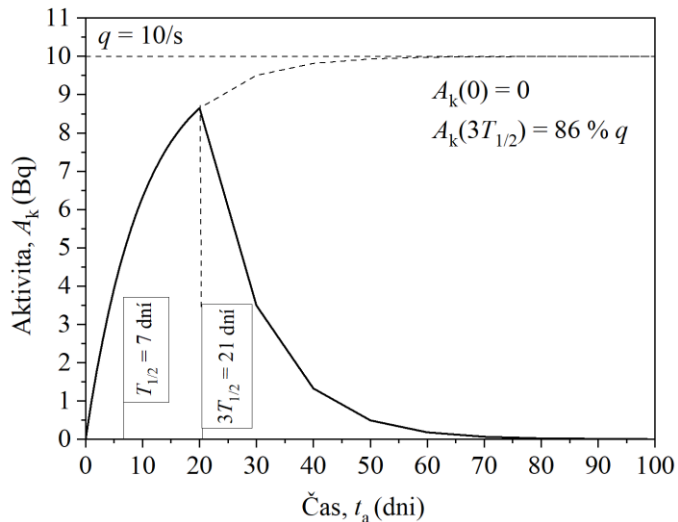
$$A_k(t_a) = q(1 - e^{-\lambda t_a}) \quad (2.34)$$



Obr. 2.12: Zmena aktivity materiálu pripravovaného aktiváciou ako funkcia doby aktivácie pri konštantnej aktivačnej rýchlosti q pre materiál s nulovou počiatočnou aktivitou (čierna) alebo nenulovou počiatočnou aktivitou (červená, modrá) krivka

Časový priebeh aktivácie je znázornený na Obr. 2.10. Rýchlosť rádioaktívnej premeny materiálu (jeho aktivita (2.33)) závisí od počtu aktivovaných atómov. Počet rádioaktívnych atómov s časom aktivácie narastá, ak je rýchlosť aktivácie väčšia ako pôvodná aktivita materiálu. Exponenciálna zmena celkovej aktivity

materiálu pri aktivácii saturuje k hodnote aktivačnej rýchlosti q , ako vidno na Obr. 2.12. Stav, keď sa počet vznikajúcich rádioaktívnych jadier rovná počtu premieňajúcich sa, nazývame **saturačný stav aktivácie** a platí pre dobu aktivácie blížiacu sa nekonečnu ($t_a \rightarrow \infty$). Vtedy sa aktivita vzorky $A_k(\infty)$ podľa vzťahu (2.33) bude blížiti' aktivačnej rýchlosti q a počet rádioaktívnych jadier $N_{RJ}(\infty)$ sa bude rovnať podielu aktivačnej rýchlosti a konštanty premeny (q/λ). V praxi sa zvyčajne materiál aktivuje počas troch dôb polpremeny vznikajúcich rádioaktívnych jadier, kedy z nulovej aktivity dosiahne zhruba 86 % saturačnej hodnoty q .



Obr. 2.13: Priebeh aktivity materiálu počas aktivácie a po jej ukončení, ak aktivácia prebiehala z nulovej aktivity počas troch dôb polpremeny

V momente, keď sa aktivácia ukončí, začne prebiehať už len premena jadier podľa *Zákona rádioaktívnej premeny* upraveného pre aktivitu (2.12), kde počiatočná aktivita A_{k0} bude výsledná aktivita materiálu po aktivácii $A_k(t_a)$ a čas t bude nahradený časom, ktorý plynie od ukončenia aktivácie t_u .

$$A_k(t_a + t_u) = A_k(t_a)e^{-\lambda t_u} \quad (2.35)$$

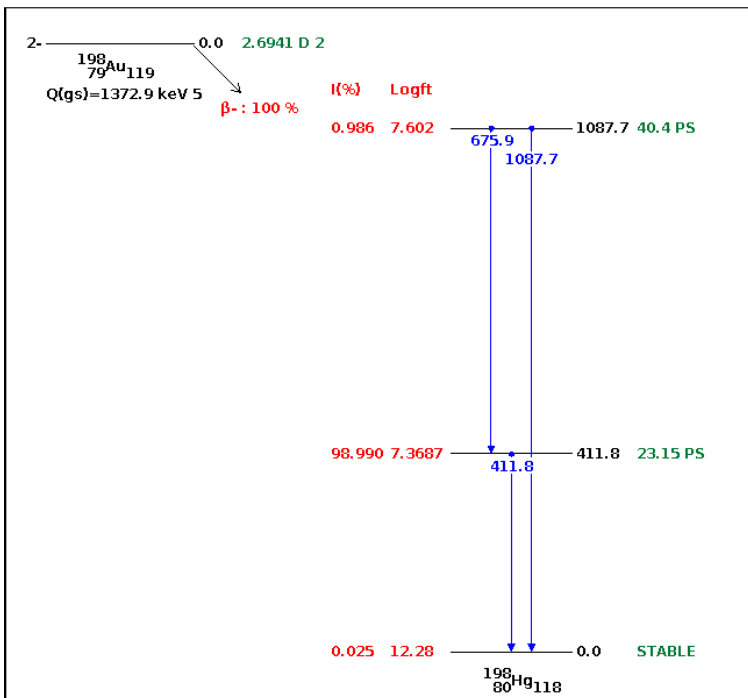
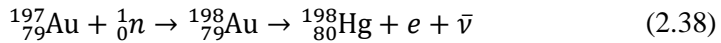
$$A_k(t_a + t_u) = \{A_{k0}e^{-\lambda t_a} + q(1 - e^{-\lambda t_a})\}e^{-\lambda t_u} \quad (2.36)$$

V prípade, že aktivita materiálu bola v čase nula nulová, vzťah zjednodušíme:

$$A_k(t_a + t_u) = q(1 - e^{-\lambda t_a})e^{-\lambda t_u} \quad (2.37)$$

Priebeh aktivity počas a po ukončení aktivácie môžeme vidieť na Obr. 2.13, pre prípad nulovej počiatočnej aktivity materiálu a doby aktivácie rovnajúcej sa trom dobám polpremeny.

Aktivačný detektor neutrónov je jednou z aplikácií aktivácie. Jeho princíp činnosti spočíva v aktivovaní vhodného materiálu (napr. Au pliesok) počas definovanej doby v mieste s neznámou hustotou toku neutrónov. Následne sa zmeria aktivita aktivovaného materiálu, z ktorej sa vypočíta hľadaná hustota toku neutrónov. Vhodným materiálom pre aktiváciu je napríklad izotop ^{197}Au , ktorého jadro sa záchytným neutrónom premení na rádioaktívny izotop ^{198}Au . Ten podlieha β^- premene s pravdepodobnosťou 98,99 % na vzбудené jadro ^{198}Hg emitujúce gama žiarenie s energiou 412 keV (Obr. 2.14):



Obr. 2.14: Schéma rádioaktívnej premeny izotopu $^{198}_{79}\text{Au}$, ktorý vznikne záchytným neutrónom jadrom $^{197}_{79}\text{Au}$ podľa *NuDat 3* [12]

V praxi sa aktivita aktivovaného zlatého pliešku meria dvoma detektormi v koincidenčnom zapojení, z ktorých jeden meria beta častice z premeny izotopu ^{198}Au a druhý gama žiarenie sprevádzajúce beta premenu zlata na ^{198}Hg .

V prípade, že zlatý pliešok mal pred aktiváciou nulovú aktivitu, jeho aktivita v čase t_u po ukončení aktivácie bude mať priebeh podľa vzťahu (2.35):

$$A_k(^{198}\text{Au})(t_a + t_u) = q(1 - e^{-\lambda t_a})e^{-\lambda t_u} \quad (2.39)$$

kde t_a je doba, počas ktorej bol zlatý pliešok vystavený toku neutrónov a λ je premenová konštanta ^{198}Au . Z uvedeného vzťahu možno vypočítať rýchlosť aktivácie q , ktorá je úmerná hustote toku neutrónov φ , počtu terčových jadier ^{197}Au ($N_{197\text{Au}}$) a ich účinnému prierezu pre absorpciu neutrónov σ_a :

$$q = \varphi \sigma_a N_{197\text{Au}} \quad (2.40)$$

Pre výpočet hustoty toku neutrónov treba poznať počet terčových jadier ^{197}Au , ktorý možno ľahko zistiť vážením zlatého pliešku a následným výpočtom podľa vzťahu:

$$N_{197\text{Au}} = \frac{N_A \times m}{197} \quad (2.41)$$

kde N_A je Avogadrova konštanta ($6.02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) a m je hmotnosť zlatého pliešku v gramoch. Následne možno určiť hustotu toku neutrónov podľa nasledovného vzťahu:

$$\varphi = \frac{q}{\sigma_a N_{197\text{Au}}} \quad (2.42)$$

2.5 Výpočtové príklady na tému: Rádioaktivita

R.1: Vypočítajte aktivitu vybraných izotopov nachádzajúcich sa v laboratóriu ÚJFI ku dnešnému dňu, ak poznáte ich doby polpremeny a aktivitu pri ich zakúpení: ^{60}Co : ($T_{1/2} = 5,27$ r), $A_k(6.2.1967) = 3,7$ GBq, ^{137}Cs : ($T_{1/2} = 30,1$ r), $A_k(22.4.1969) = 30,7$ MBq, ^{133}Ba : ($T_{1/2} = 10,5$ r), $A_k(4.11.2013) = 370$ MBq, ^{241}Am : ($T_{1/2} = 433$ r), $A_k(1.3.1967) = 444$ MBq.

R.2: Vypočítajte dobu polpremeny ^3H ak viete, že dňa 1.3.1967 bola jeho aktivita 65 GBq a 1.9. 2020 poklesla na 3212 MBq.

R.3: Akú aktivitu mal v roku 2010 ^{57}Co ak v ten istý deň v roku 2020 bola jeho aktivita 1 MBq. Doba polpremeny tohto izotopu je 272 dní.

R.4: Doba polpremeny izotopu ^{210}Bi je 4,97 dňa. Vypočítajte aktivitu 10 mg tohto žiariča, ktorý bol vyrobený pred 10-timi dňami.

R.5: Za akú dobu sa premení 1 jadro z 10^7 jadier aktívia? Doba polpremeny aktívia je 13,5 rokov.

R.6: Vypočítajte, koľko častíc alfa vyšle 1 g ^{226}Ra za 1 sekundu ak jeho doba polpremeny je 1560 rokov.

R.7: Aká časť z počiatočného počtu jadier ^{32}P zostane v preparáte po 15 a po 143 dňoch? Koľko častíc β emituje za jeden deň 10^{-9} kg rádionuklidu ^{32}P ? Doba polpremeny ^{32}P je 14,3 dňa a premieňa sa β^- premenou s emitovaním 1,71 MeV elektrónov.

R.8: Porovnajme hmotnosť preparátu obsahujúceho len izotopy ^{22}Na ($T_{1/2} = 15$ h) a len izotopy ^{133}Ba ($T_{1/2} = 10,5$ r) ak aktivita oboch je 1 MBq.

R.9: Za aký čas ubudne premenou 10 μg rádioaktívnej látky, ktorej celkové množstvo je 50 μg a jej doba polpremeny 3 minúty?

R.10: Určte dobu polpremeny tália, ak vieme, že po 100 dňoch sa jeho aktivita zmení 1,07-krát.

R.11: Rádionuklid ^{176}Lu emituje beta častice. Použitím experimentálnej aparatury s beta detektorom s účinnosťou 8,3 % bolo zo vzorky Lu_2O_3 s hmotnosťou 296 mg zaregistrovaných 34 impulzov za 1 minútu. Určte dobu polpremeny

tohoto rádionuklidu ak viete, že izotopické zloženie lutécia je: ^{175}Lu 97,5 % (stabilný izotop) a ^{176}Lu 2,5 %.

R.12: Do krvi človeka bolo vstreknuté malé množstvo roztoku, ktorý obsahoval rádioizotop ^{24}Na s aktivitou 2 000 Bq. Päť hodín od okamihu vstreknutia bola objemová aktivita krvi 265 kBq/m³. Určte objem krvi človeka v litroch.

R.13: Porovnajzte objemovú aktivitu (Bq/l) spôsobenú ^{40}K minerálnej vody Budiš s obsahom kationov draslíka 40 mg/l a stolovej vody Rajec s 1 mg/l. Zastúpenie ^{40}K je 0,0117 % v prirodzenej zmesi draslíka. Doba polpremeny ^{40}K je $1,277 \cdot 10^9$ r.

R.14: Vypočítajte hmotnostnú aktivitu čistého ^{133}Ba (MBq/kg). Doba polpremeny je 10,5 r.

R.15: Koľko miligramov beta rádioaktívneho ^{32}P je potrebné pridať k jednému miligramu stabilného fosforu aby ste získali preparát s hmotnostnou aktivitou 10^{17} Bq/kg?

R.16: Vypočítajte, aké množstvo $^{226}_{88}\text{Ra}$ a $^{222}_{86}\text{Rn}$ je v rovnováhe s jedným gramom $^{238}_{92}\text{U}$. Doba polpremeny $T_{1/2} (^{238}_{92}\text{U}) = 4,4 \cdot 10^9$ r, $T_{1/2} (^{226}_{88}\text{Ra}) = 1590$ r, $T_{1/2} (^{222}_{86}\text{Rn}) = 3,825$ dňa. $^{226}_{88}\text{Ra}$ a $^{222}_{86}\text{Rn}$ sú nuklidy premenového radu, ktorého prvým členom je $^{238}_{92}\text{U}$.

R.17: Vzorka ^{23}Na je ožarovaná tokom tepelných neutrónov. Pri tomto procese vzniká za jednu sekundu 10^8 atómov ^{24}Na . Určte maximálny počet atómov ^{24}Na , ktorý môže byť pri danom toku neutrónov vyrobený, maximálnu aktivitu vzorky a aktivitu po ožarovaní trvajúcom 1 hodinu. Doba polpremeny ^{24}Na je 15 hodín. Aká je aktivita ^{24}Na 20 hodín od začatia ožarovania ak samotné ožarovanie trvalo 1h? Aká je aktivita ^{24}Na 20 h od začatia ožarovania ak aktivácia trvala 3 h?

R.18: Rádionuklid ^{51}Cr vzniká konštantnou rýchlosťou $q = 10^9$ jadier za sekundu. Na stabilný izotop ^{51}V sa premieňa s dobou polpremeny 27,72 dňa. Za aký čas od začiatku tvorby rádioaktívneho Cr bude jeho aktivita 100 MBq? Aká bude jeho aktivita ak aktivácia bude prebiehať dvojnásobok času potrebného na dosiahnutie aktivity 100 MBq?

R.19: Zlatý prsteň váži 1 g a je zo 14-karátového zlata (obsahuje 58 % čistého Au). Prirodzené izotopické zloženie Au je 100 % ^{197}Au . Na akú aktivitu sa naaktivuje prsteň počas 3 h laboratórneho cvičenia, ak sa bude nachádzať pri zdroji neutrónov v oblasti s priemernou hustotou toku tepelných neutrónov

1768 cm²s⁻¹? Účinný prierez aktivácie ¹⁹⁷Au je 96 · 10⁻²⁴ cm² a doba polpremeny ¹⁹⁸Au je 2,7 dňa. A_k= 9,56 Bq.

R.20: Hustota toku tepelných neutrónov v energetickom reaktore je $\varphi_{EN} = 10^{13}$ n/cm²s a v experimentálnom reaktore $\varphi_{EN} = 5 \cdot 10^{14}$ n/cm²s. Ako dlho musíme aktivovať 1 g zlata (¹⁹⁷Au) na aktivitu 1 GBq? [$T_{1/2}({}^{198}\text{Au}) = 2,7$ dňa, $\sigma_{AK}({}^{197}\text{Au}) = 96 \cdot 10^{-24}$ cm²]

R.21: Zlatý pliešok bol aktivovaný rýchlosťou $q_1 = 10^8$ /s počas jedného dňa. Potom bol na pol dňa z pol'a neutrónov vybratý a opäť vložený avšak na miesto s $q_2 = 10^9$ /s a po jednom dni opäť vybratý. Aká je aktivita pliešku 5 dní od začiatku experimentu?

* Pri výpočtoch použite konštanty a údaje o hmotnostiach atómov aj častíc na stránke: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/> [2] a www.webelements.com [10].

3 Rádioaktívne premeny jadier

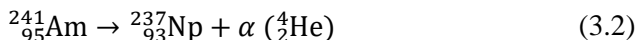
Rádioaktívne premeny sú samovoľné premeny nestabilných (rádioaktívnych) jadier atómov, cieľom ktorých je uvoľnenie prebytočnej energie jadra. Jadro uvoľní energiu formou emitovania ionizujúceho žiarenia, najčastejšie ide o alfa, beta alebo gama žiarenie, prípadne uvoľnenie neutrónov.

3.1 Alfa premena

Alfa premena je samovoľná premena alfa rádioaktívneho jadra sprevádzaná uvoľnením α -častice. Častice alfa sú rýchlo letiace jadrá hélia, ktoré identifikoval a pomenoval E. Rutherford v roku 1903. Alfa častica je zložená z dvoch protónov a dvoch neutrónov a všeobecnú rovnicu alfa premeny môžeme zapísať nasledovne:



Jadro A_ZX emituje α -časticu a premení sa na jadro ${}^{A-4}_{Z-2}Y$. Pri uvedenej jadrovej reakcii sa uvoľní energia Q , **energia premeny** alfa. Nové jadro bude mať o dva protóny a dva neutróny menej, v periodickej sústave chemických prvkov sa bude nachádzať o dve miesta vľavo voči pôvodnému prvku. Atómové číslo novovzniknutého prvku bude o dve jednotky menšie ($Z - 2$) a jeho hmotnostné číslo bude menšie o štyri ($A - 4$). Uvedené pravidlá popisuje **Fajansov-Soddyho zákon rádioaktívneho posunu**, ktorý sformulovali K. Fajans a F. Soddy v roku 1913. Zákon umožňuje predpovedať pozíciu jadier pri rádioaktívnej premene, a tak určiť chemické vlastnosti novovzniknutého prvku. Príkladom alfa premeny je nasledovná jadrová reakcia:



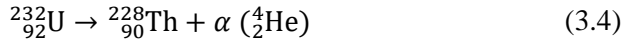
K premene alfa dochádza pri ťažkých jadrách ($Z > 82$), napr. ${}^{222}_{86}\text{Rn}$, ${}^{226}_{88}\text{Ra}$, ${}^{241}_{95}\text{Am}$..., ktoré sú na konci periodickej sústavy chemických prvkov, a v prípade malej skupiny jadier z oblasti vzácnych zemín ${}^{144}_{60}\text{Nd}$, ${}^{147}_{62}\text{Sm}$, ${}^{152}_{62}\text{Gd}$, ${}^{174}_{90}\text{Hf}$, ${}^{190}_{78}\text{Pt}$. Príčinou alfa-rádioaktivity ťažkých jadier je nerovnováha medzi príťažlivými jadrovými silami nukleónov (silná reziduálna interakcia) a odpudivými elektrostatickými silami protónov. Príťažlivé sily nukleónov sú krátkeho dosahu a celková väzbová energia jadra je približne

úmerná hmotnostnému číslu A . Odpudivé sily protónov majú neobmedzený dosah a celková deštruktívna sila jadra je približne úmerná Z^2 . V jadrách obsahujúcich viac ako 82 protónov je také silné odpudzovanie protónov, že krátkodosahové jadrové sily ho už nedokážu kompenzovať. Alfa premena jadra slúži ako spôsob zvýšenia stability jadra zmenšením jeho veľkosti.

Otázkou zostáva, prečo ťažké jadrá emitujú práve α -častice a nie napríklad len jeden protón. Odpoveď je ukrytá vo väzbovej energii α -častice, ktorá je relatívne vysoká (28,3 MeV). Väzbová energia vyjadruje, o koľko je častica ľahšia ako hmotnosť nukleónov, z ktorých sa skladá. Pre únik z jadra potrebuje častica energiu, teda energia premeny alfa Q musí byť kladná:

$$Q = \{M({}_Z^AX) - M({}_{Z-2}^{A-4}Y) - M_\alpha\} \cdot c^2 \quad (3.3)$$

M sú hmotnosti jadier a α -častice, c je rýchlosť svetla vo vákuu. V prípade α -častice je jej hmotnosť dostatočne nižšia ako hmotnosť jej štyroch nukleónov samostatne, aby energia premeny bola kladná. Protón, ako samostatná častica, má väzbovú energiu nulovú, a energia premeny bude pri ťažkých jadrách skôr vychádzať záporná. To znamená, že na uvoľnenie protónu bude potrebné energiu jadrú dodať. Ukázať to možno na príklade premeny ${}_{92}^{232}\text{U}$, kde pre výpočet hmotností jadier M použijeme hmotnosti atómov M_{at} z *Web Elements* [10] znížené o hmotnosť elektrónov v ich obale m_e . Výpočet pre emisiu α -častice:



$$\begin{aligned} M(\text{U}) &= M_{\text{at}}(\text{U}) (232,03715\text{u}) - 92m_e \\ -M(\text{Th}) &= M_{\text{at}}(\text{Th}) (228,028731\text{u}) - 90m_e \\ -M(\text{He}) &= M_{\text{at}}(\text{He}) (4,002603\text{u}) - 2m_e \\ \hline \Delta M &= 0,005816\text{u} \\ Q &= \Delta M \cdot c^2 = 5,42 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Výpočet zopakujeme pre emisiu protónu z jadra ${}_{92}^{232}\text{U}$:



$$\begin{aligned} M(\text{U}) &= M_{\text{at}}(\text{U}) (232,03715\text{u}) - 92m_e \\ -M(\text{Pa}) &= M_{\text{at}}(\text{Pa}) (231,03588\text{u}) - 91m_e \\ -M(\text{H}) &= M_{\text{at}}(\text{H}) (1,007825\text{u}) - 1m_e \\ \hline \Delta M &= -0,006555\text{u} \\ Q &= \Delta M \cdot c^2 = -6,1 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Energia premeny alfa ${}^{232}_{92}\text{U}$ vychádza +5,42 MeV, ale pre emisiu protónu je energia premeny rovnakého jadra záporná, -6,1 MeV. Preto sa ťažké jadrá stabilizujú práve alfa premenou a nie emisiou protónov. V prípade kladnej energie premeny, premena nastane a energiu Q si prerozdedia produkty jadrovej. Spôsob popisuje energetická bilancia premeny.

Energetická bilancia alfa premeny

Podmienkou alfa premeny je, aby hmotnosť pôvodného jadra bola väčšia ako súčet hmotností vznikajúceho jadra a α -častice:

$$M({}^A_ZX) > M({}^{A-4}_{Z-2}Y) + M_\alpha \quad (3.6)$$

Rozdiel hmotností jadier ΔM musí byť kladný:

$$\Delta M = \{M({}^A_ZX) - M({}^{A-4}_{Z-2}Y) - M_\alpha\} \quad (3.7)$$

Potom bude energia premeny alfa Q kladná:

$$Q = \Delta M \cdot c^2 \quad (3.8)$$

Energiu si prerozdedia produkty alfa premeny, α -častica a nové jadro, ako svoju kinetickú energiu. Kinetická energia α -častice sa teda nebude nikdy presne rovnat' energii premeny, pretože v dôsledku zákona zachovania hybnosti, jadro pri emisii α -častice získa spätný odraz a bude platiť:

$$\begin{aligned} |p_f| = |p_\alpha|, \quad M_f v_f = M_\alpha v_\alpha, \quad E_R = \frac{1}{2} M_f v_f^2 \Rightarrow \\ M_f E_R = M_\alpha E_{K\alpha} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Uvažujeme, že materské jadro bolo pred premenou v pokoji, a teda výsledná hybnosť sústavy pred premenou sa bola rovnala nule, tak ako aj vektorový súčet hybností novovytvoreného jadra a α -častice po premene. To bude platiť, ak absolútne hodnoty veľkostí vektorov hybnosti jadra $|p_f|$ a alfa častice $|p_\alpha|$ budú rovnaké a ich smery budú opačne orientované. Pre pomerné vyjadrenie veľkostí hmotností častíc použijeme vyjadrenie cez hmotnostné číslo pre jadro $M_f = A - 4$ a pre α -časticu $M_\alpha = 4$. Energia Q sa prerozdeli na kinetickú energiu α -častice $E_{K\alpha}$ a spätný odraz jadra E_R , a bude platiť:

$$Q = E_{K\alpha} + E_R = E_{K\alpha} \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_f} \right) \Rightarrow E_{K\alpha} = \frac{A-4}{A} Q \quad (3.10)$$

V dôsledku výrazne väčšej hmotnosti nového jadra M_f v porovnaní s hmotnosťou α -častice M_α , pre ťažké jadrá ($A > 210$), bude energia spätného odrazu jadra veľmi malá a väčšinu energie premeny prevezme α -častica ako svoju kinetickú energiu.

$$E_{K\alpha} \approx Q \quad (3.11)$$

Napríklad pri alfa premene ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ bude celková uvoľnená energia $Q = 5,587 \text{ MeV}$ a kinetická energia α -častice $E_{K\alpha} = 5,486 \text{ MeV}$.

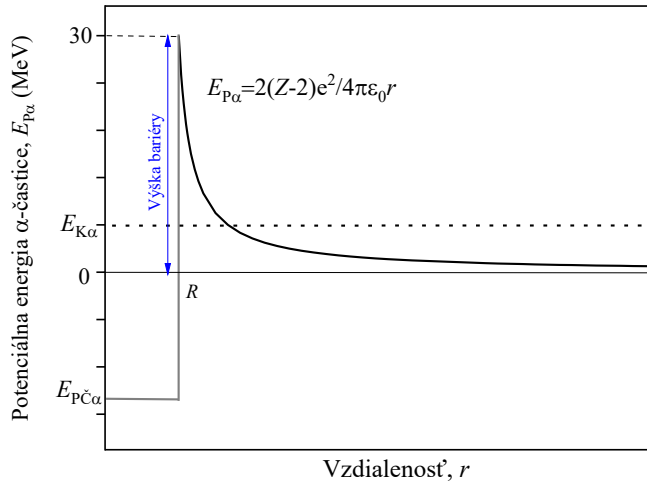
Hoci sa ťažké jadro môže zmenšiť alfa premenou, vzniká otázka, ako môže v skutočnosti α -častica uniknúť z jadra, kde je držaná potenciálovou bariérou, niekoľkonásobne vyššou ako energia α -častice. Potenciálová bariéra jadra je výsledkom síl pôsobiacich v jadre atómu. Obr. 3.1 zobrazuje závislosť potenciálnej energie α -častice $E_{P\alpha}$ ako funkciu vzdialenosti r od stredu jadra. Výška potenciálovej bariéry je asi 30 MeV , čo zodpovedá práci, ktorú treba vykonať proti odpudivej elektrostatickej sile protónov na prenesenie α -častice z nekonečna k jadrú, tesne na hranicu pôsobenia príťažlivých jadrových síl. Hranica predstavuje polomer jadra R , v bližšej vzdialenosti k stredu jadra je práca záporná, vyjadrená väzbovou energiou častice k jadrú $E_{P\check{\alpha}}$, treba vynaložiť prácu naopak na vyňatie častice z jadra. Alfa častice mávajú pri rádioaktívnej premene jadier kinetickú energiu v intervale $4 - 9 \text{ MeV}$, čo je niekoľkonásobne menej ako výška potenciálovej bariéry, resp. energia potrebná na opustenie jadra. Zákonmi klasickej fyziky je alfa premena nevysvetliteľná, pretože pravdepodobnosť úniku α -častice z jadra je podľa nej nulová. Teóriu alfa premeny poskytla až kvantová mechanika v roku 1928 vďaka G. Gamow, ktorá hľadá na α -časticu ako na vlnu. Základom teórie premeny alfa sú nasledovné predpoklady:

1. Častica alfa môže v jadre samostatne existovať ako celok.
2. Alfa častica sa v jadre neustále pohybuje a je držaná vo vnútri potenciálovou bariérou jadra.
3. Existuje malá, ale nenulová pravdepodobnosť, že pri každej zrážke s bariérou ňou môže častica preniknúť.

Pravdepodobnosť premeny jadra za jednotku času λ (premenová konštanta) môžeme vyjadriť:

$$\lambda = v \cdot P \quad (3.12)$$

ako súčin frekvencie nárazov α -častice na potenciálovú bariéru v a pravdepodobnosti prechodu bariérou P . Za predpokladu, že v jadre sa nachádza v danom okamihu len jedna takáto častica, a tá sa pohybuje kmitavým pohybom cez rozmer jadra $R \cong 10^{-14}\text{m}$, rýchlosťou typicky $v = 2 \cdot 10^7\text{m/s}$, potom frekvencia nárazov bude približne $\nu = 10^{21}\text{Hz}$. Alfa častica naráža na stenu potenciálovej bariéry približne 10^{21} -krát za sekundu, a pri tom môže trvať aj niekoľko miliónov rokov, kým z jadra unikne.



Obr. 3.1: Potenciálna energia α -častice ako funkcia jej vzdialenosti od stredu jadra

Existuje veľmi silná nepriamoúmerná závislosť medzi kinetickou energiou α -častice $E_{K\alpha}$ a dobou polpremeny jadra $T_{1/2}$, formulovaná H. Geigerom a J. M. Nuttallom v roku 1911:

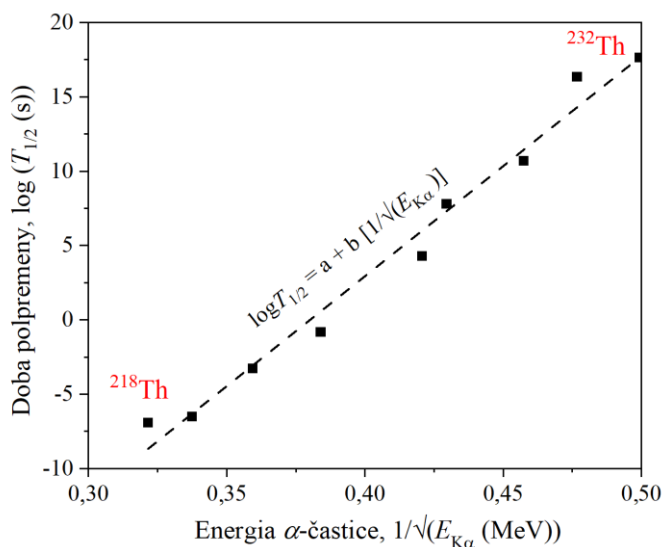
$$\log T_{1/2} = a + \frac{b}{\sqrt{E_{K\alpha}}} \quad (3.13)$$

kde a a b sú premenné závisiace od jadra. V prípade α -častíc s nízkou energiou, je doba polpremeny jadra, ktoré ich emituje, veľmi dlhá, napr. ${}^{232}_{90}\text{Th}$ ($E_{K\alpha} = 4\text{ MeV}$, $T_{1/2} = 1,4 \cdot 10^{10}\text{r}$), a naopak, v prípade jadier emitujúcich α -častice s vysokou energiou, je doba polpremeny jadra veľmi krátka, napr. ${}^{218}_{90}\text{Th}$ ($E_{K\alpha} = 9,67\text{ MeV}$, $T_{1/2} = 1,17 \cdot 10^{-7}\text{s}$) (Tab. 1.3). Interval energií α -častíc je veľmi malého rozsahu (4 – 9 MeV) a vedie k intervalu dób polpremeny, ktorý zahŕňa

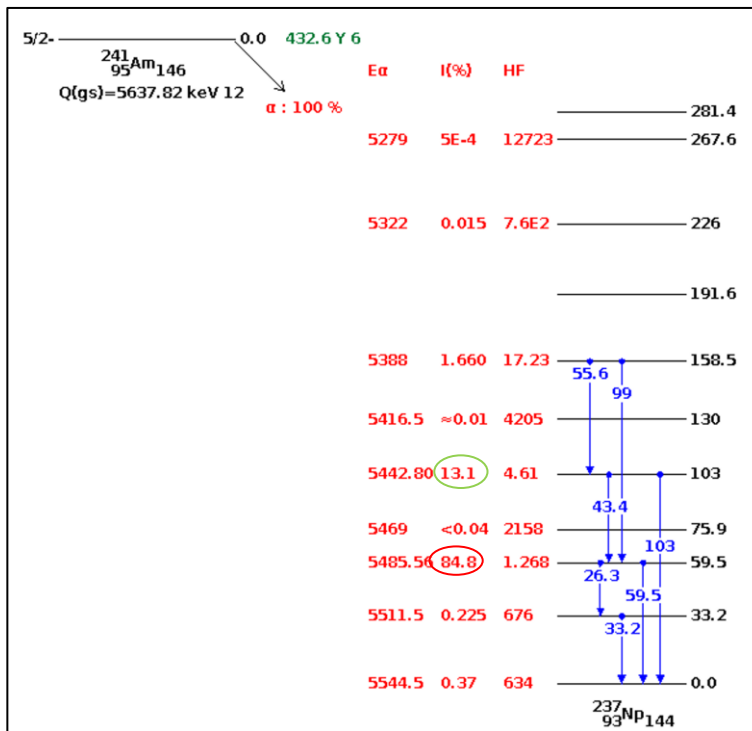
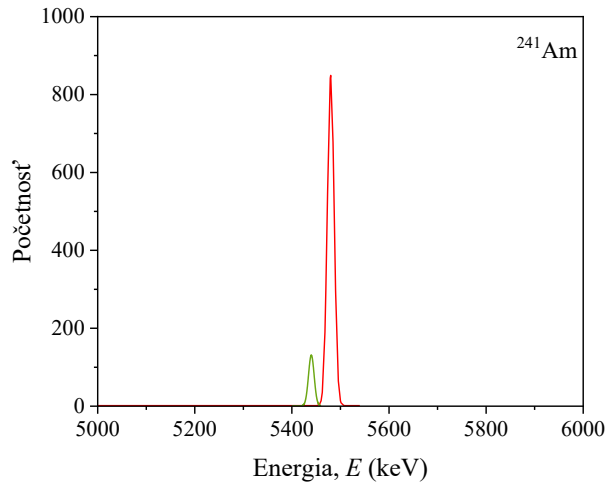
niekoľko desiatok rádov ($10^{-14} - 10^{10}$ r). Závislosť doby polpremeny od energie α -častíc vybraných alfa rádioaktívnych jadier je zobrazená na Obr. 3.2, kde možno pozorovať logaritmickú zmenu týchto parametrov.

Tab. 3.1: Príklady parametrov alfa rádioaktívnych jadier podľa *NuDat 3* [12]

Nuklid	Q (MeV)	$E_{K\alpha}$ (MeV)	Pravdepodobnosť danej α -premeny (%)	Doba polpremeny $T_{1/2}$
^{218}Th	9,85	9,67	100	117 ns
^{212}Po	8,95	8,78	100	0,30 μs
^{217}Rn	7,89	7,74	100	0,54 ms
^{216}Po	6,91	6,78	100	0,15 s
^{209}At	5,76	5,65	4,1	5,4 h
^{228}Th	5,52	5,42	73	1,91 r
^{226}Ra	4,87	4,78	94	1600 r
^{235}U	4,68	4,40	55	$7,04 \cdot 10^8$ r
^{232}Th	4,08	4,01	77	$1,40 \cdot 10^{10}$ r



Obr. 3.2: Závislosť parametrov vybraných alfa rádioaktívnych jadier



Obr. 3.3: Alfa spektrum $^{241}_{95}\text{Am}$ (hore) a jeho schéma rádioaktívnej premeny podľa *NuDat 3* [12] (dolu)

Obr. 3.3 zobrazuje alfa spektrum $^{241}_{95}\text{Am}$, závislosť početnosti zaregistrovaných častíc podľa ich energie. Energie α -častíc, ktoré sú emitované jadrom s najvyššou

pravdepodobnosťou, vidieť ako dva píky (vrcholy) s výškou úmernou ich pravdepodobnosti, ktorá je zobrazená v druhej časti obrázka.

Alfa premenu možno charakterizovať nasledovnými bodmi:

1. Dochádza k nej pri ťažkých jadrách ($Z > 82$) a v oblasti vzácnych zemín.
2. Alfa premena je vnútro-jadrový proces.
3. Doba polpremeny alfa rádioaktívnych jadier sa mení v širokom rozsahu.
4. Energia α -častíc je v malom rozsahu hodnôt, v rámci jedného rádu.
5. Existuje silná nepriamoúmerná závislosť doby poplremeny jadra a energie emitovanej α -častice.
6. Energetické spektrum α -častíc emitovaných z jedného typu zdroja je diskrétné. Častice alfa majú spravidla rovnakú energiu, v niektorých prípadoch emitujú jadrá častice s niekoľkými blízkymi energiami.

3.2 Beta premena

Beta premena je samovoľná premena rádioaktívneho jadra s emisiou β -častice alebo so záchyтом elektrónu. Beta častica je elektrón, označovaný β^- , alebo jeho antičastica, pozitron, označovaný β^+ , pre ich elektrické náboje. Elektróny sa však v jadre nenachádzajú a k ich emisii jadrom dochádza vďaka premene niektorého nukleónu a za predpokladu, že elektrón či pozitron okamžite po vzniku jadro opúšťajú. Beta premena je teda vnútronukleónový proces. Týmto spôsobom si jadro mení svoj pomer počtu protónov a neutrónov, aby dosiahlo vyššiu stabilitu. Dochádza k nej v celom rozsahu periodickej sústavy chemických prvkov v prípade ich nestabilných izotopov.

Poznáme tri druhy beta premeny:

1. **β^- premena**, pri ktorej sa jeden neutrón v jadre premieňa na protón, elektrón a antineutrino: $n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e$ a všeobecná rovnica premeny má tvar:



Príkladom β^- premeny je nasledovná jadrová reakcia:



2. **β^+ premena**, pri ktorej sa jeden protón v jadre premieňa na neutrón, pozitron a neutrino:
 $p \rightarrow n + \beta^+ + \nu_e$ a všeobecná rovnica premeny má tvar:



Príkladom β^+ premeny je nasledovná jadrová reakcia:



3. **elektrónový záchyt**, pri ktorom jeden protón v jadre zachytí elektrón z obalu atómu a premení sa na neutrón a neutrino: $p + \beta^- \rightarrow n + \nu_e$ a všeobecná rovnica premeny má tvar:



Príkladom elektrónového záchytu je nasledovná jadrová reakcia:



Najpravdepodobnejšie je, že jadro zachytí elektrón z najbližšej hladiny K a preto sa elektrónovému záchytu niekedy hovorí K -záchyt.

Pri beta premene jadra sa veľkosť nukleónového čísla A zachováva, mení sa však protónové číslo Z o ± 1 .

Energetická bilancia beta premeny

Podmienkou beta premeny je, tak ako v prípade všetkých samovoľných premien, ich energetická výhodnosť. Energia premeny beta Q musí byť kladná, tak ako rozdiel hmotností ΔM pôvodného jadra a jeho produktov.

1. β^- premena:

Podmienku premeny možno stanoviť nasledovne:

$$M({}^A_Z X) > M({}^A_{Z+1} Y) + m_e + m_\nu \quad (3.20)$$

Hmotnosť pôvodného jadra $M({}^A_Z X)$ musí byť väčšia ako súčet hmotností elektrónu m_e , antineutrína, zhodná s hmotnosťou neutrína m_ν a konečného jadra $M({}^A_{Z+1} Y)$. Energia uvoľnená pri premene bude zodpovedať rozdielu hmotností:

$$Q = \Delta M \cdot c^2 = \{M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z+1} Y) - m_e - m_\nu\} c^2 \quad (3.21)$$

2. β^+ premena:

Podmienku premeny možno stanoviť nasledovne, keďže hmotnosť elektrónu a pozitronu je rovnaká:

$$M({}^A_Z X) > M({}^A_{Z-1} Y) + m_e + m_\nu \quad (3.22)$$

Hmotnosť pôvodného jadra $M({}^A_Z X)$ musí byť väčšia ako súčet hmotností elektrónu m_e , neutrína m_ν a konečného jadra $M({}^A_{Z-1} Y)$. Energia uvoľnená pri premene bude zodpovedať rozdielu hmotností:

$$Q = \Delta M \cdot c^2 = \{M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z-1} Y) - m_e - m_\nu\} c^2 \quad (3.23)$$

3. *elektrónový záchyt:*

Podmienku premeny možno stanoviť nasledovne:

$$M({}_Z^AX) + m_e > M({}_{Z-1}^AY) + m_\nu \quad (3.24)$$

Hmotnosť pôvodného jadra $M({}_Z^AX)$ v súčte s hmotnosťou elektrónu m_e musí byť väčšia ako hmotnosť konečného jadra $M({}_{Z-1}^AY)$ a neutrína m_ν . Energia uvoľnená pri premene bude zodpovedať rozdielu hmotností:

$$Q = \Delta M \cdot c^2 = \{M({}_Z^AX) + m_e - M({}_{Z-1}^AY) - m_\nu\}c^2 \quad (3.25)$$

Z porovnania uvedených podmienok vyplýva, že ak je splnená podmienka β^+ premeny, automaticky je splnená aj podmienka pre elektrónový záchyt, a teda β^+ rádioaktívne jadrá podliehajú aj elektrónovému záchytu, ako napríklad ${}_{25}^{52}\text{Mn}$. Ďalej z porovnania vyplýva, že nemôžu existovať dve susedné jadrá z pohľadu periodickej sústavy chemických prvkov (charakterizované Z a $Z + 1$), ktoré by sa navzájom na seba premieňali beta premenou, pretože by nemohli byť súčasne splnené podmienky (3.20) a (3.22). Naopak, je možné, aby sa jedno jadro premieňalo všetkými troma beta premenami na jadrá so $Z - 1$ a $Z + 1$, ak sú splnené podmienky beta premien. Takým jadrom je napríklad ${}_{29}^{69}\text{Cu}$. Ukážeme si, že podmienka β^- premeny je v jeho prípade splnená (hmotnosť neutrína ako neporovnateľne malú zanedbávame):



$$\begin{aligned} M(\text{Cu}) &= M_{\text{at}}(\text{Cu}) (63,929768\text{u}) - 29m_e \\ -M(\text{Zn}) &= M_{\text{at}}(\text{Zn}) (63,9291448\text{u}) - 30m_e \\ &\quad - m_e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M &= \frac{[M_{\text{at}}(\text{Cu}) - 29m_e] - [M_{\text{at}}(\text{Zn}) - 30m_e] - m_e}{=} \\ &= 0,0006232\text{u} \\ Q &= \Delta M \cdot c^2 = 580 \text{ keV} \end{aligned}$$

pre výpočet hmotností jadier M sme použili hmotnosti atómov M_{at} z *Web Elements* [10] znížené o hmotnosť elektrónov v ich obale m_e . Pre výpočet nie je

potrebné použiť hmotnosť elektrónu, pretože na každej strane rovnice sa odčítava rovnaký počet m_e .

Podmienka β^+ premeny je pre ${}^{64}_{29}\text{Cu}$ rovnako splnená:



$$\begin{aligned} M(\text{Cu}) &= M_{\text{at}}(\text{Cu}) (63,929768\text{u}) - 29m_e \\ -M(\text{Ni}) &= M_{\text{at}}(\text{Ni}) (63,9279679\text{u}) - 28m_e \\ -m_e &= 0,00054858\text{u} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M &= [M_{\text{at}}(\text{Cu}) - 29m_e] - [M_{\text{at}}(\text{Ni}) - 28m_e] - m_e \\ &= 0,0007029\text{u} \\ Q &= \Delta M \cdot c^2 = 654 \text{ keV} \end{aligned}$$

Rovnako aj podmienka elektrónového záchytu je pre ${}^{64}_{29}\text{Cu}$ splnená:



$$\begin{aligned} M(\text{Cu}) &= M_{\text{at}}(\text{Cu}) (63,929768\text{u}) - 29m_e \\ m_e &= 0,00054858\text{u} \\ -M(\text{Ni}) &= M_{\text{at}}(\text{Ni}) (63,9279679\text{u}) - 28m_e \end{aligned}$$

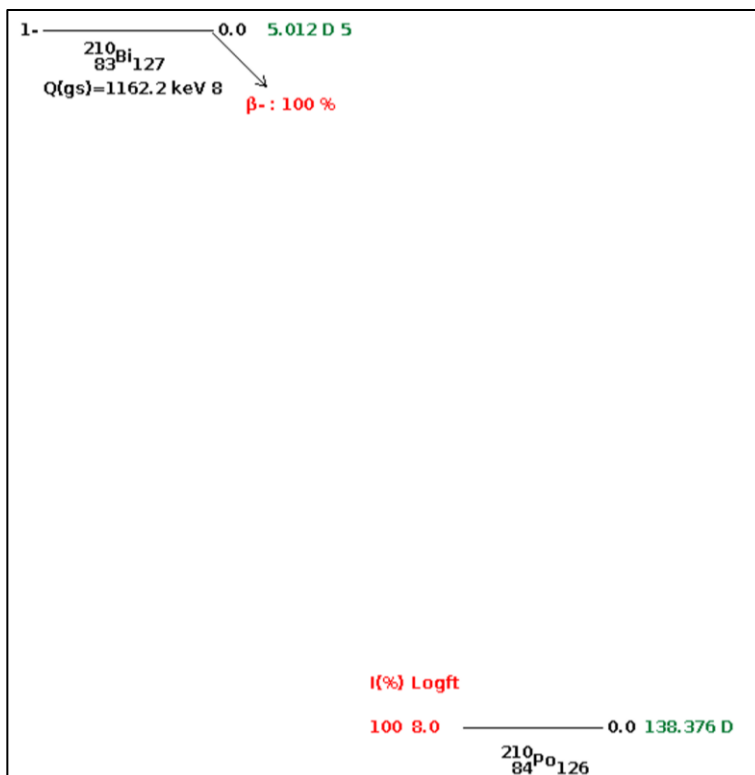
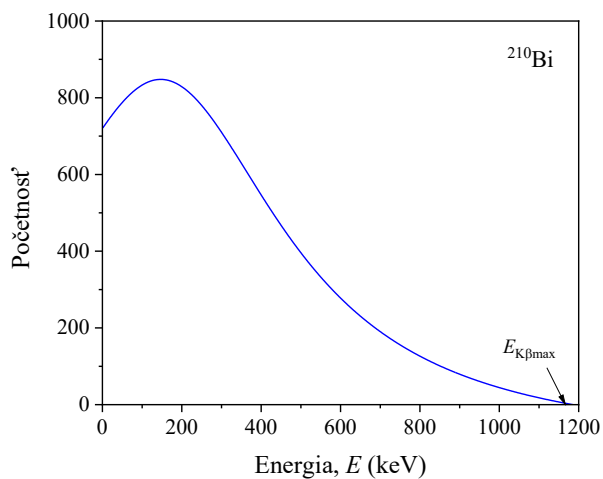
$$\begin{aligned} \Delta M &= [M_{\text{at}}(\text{Cu}) - 29m_e] + m_e - [M_{\text{at}}(\text{Ni}) - 28m_e] \\ &= 0,0018001\text{u} \\ Q &= \Delta M \cdot c^2 = 1677 \text{ keV} \end{aligned}$$

Jadro ${}^{64}_{29}\text{Cu}$ sa premieňa všetkými typmi beta premeny, a to β^- premenou s pravdepodobnosťou 38,5 %, β^+ premenou s pravdepodobnosťou 17,5 % a elektrónovým záchytom asi 44 %.

Beta spektrum

Experimentami sa zistilo, že pri beta premene, na rozdiel od alfa premeny, sú z jadra emitované β -častice všetkých energií od 0 až po maximálnu hodnotu $E_{K\beta\text{max}}$, typickú pre daný nuklid, ktorá sa približne rovná energii premeny Q. Beta častica s takou energiou je však emitovaná málokedy, pravdepodobnejšie sú nižšie hodnoty energií. Beta spektrum je spojité so strednou hodnotou distribúcie okolo 0,3 z maximálnej energie β^- častíc a 0,4 z maximálnej energie v prípade β^+ častíc. Posun distribúcie pozitronov (β^+) k vyšším energiám spektra v porovnaní s elektrónmi (β^-), súvisí s ich elektrickým nábojom. Kladne nabité jadro záporné elektróny priťahuje a spomaľuje a kladné pozitrony naopak odpudzuje

a urýchľuje pri ich emisii z jadra. Typické beta spektrum je zobrazené na Obr. 3.4 pre prípad $^{210}_{83}\text{Bi}$, podliehajúcemu β^- premene.



Obr. 3.4: Beta spektrum $^{210}_{83}\text{Bi}$ (hore) a jeho schéma rádioaktívnej premeny podľa *NuDat 3* [12] (dole)

Pred objavením neutrína bola interpretácia spojitého priebehu beta spektra komplikovaná. Predpokladalo sa, že tak ako pri alfa premene, aj pri premene beta budú emitované monoenergetické častice, s energiou blízkou energii premeny, a spektrum bude diskrétné. Skutočnosť, že emitovaná β -častica odnášala energiu nižšiu ako je energia, ktorá sa pri reakcii uvoľnila, nabádala k úvahe, že dochádza k porušeniu Zákona zachovania energie. Pri pozorovaniach smerov pohybu emitovaných β -častíc a spätného odrazu jadra sa zistilo, že takmer nikdy nie sú orientované presne pod uhlom 180° , čo indikuje porušovanie Zákona zachovania hybnosti. Z pohľadu vlastného momentu hybnosti by sa pri premene nukleónu so spinom $\frac{1}{2}\hbar$ na dve častice so spinom $\frac{1}{2}\hbar$ nezachovával ani výsledný spin jadra, čo sa pri zachovaní nukleónového čísla A nedeje.

Neutríno

Celý problém elegantne vyriešil v roku 1930 W. Pauli, keď predniesol hypotézu, že pri beta premene je okrem β -častice uvoľnená z jadra aj druhá častica, ktorá odnáša zvyšok energie premeny a má spin $\frac{1}{2}\hbar$.

$$Q = E_{K\beta} + E_{K\nu} + E_R + m_{\nu 0}c^2 \quad (3.28)$$

Energia premeny sa rozdelí medzi kinetickú energiu β -častice $E_{K\beta}$, kinetickú energiu druhej častice $E_{K\nu}$, spätný odraz jadra E_R a pokojovú energiu novej častice $m_{\nu 0}c^2$, teda energiu potrebnú na vytvorenie jej hmoty. Keďže je veľmi ťažko registrovateľná a neionizuje prostredie, pripísal jej aj veľmi malú pokojovú hmotnosť v porovnaní s elektrónom a v súlade so Zákom zachovania elektrického náboja aj elektrickú neutralitu. Nazval ju najskôr neutrón, neskôr sa ustálilo pomenovanie neutríno („malá neutrálna“), aby sa odlišila od neutrónov.

Uvedené vlastnosti častice vedú k problémom pri jej experimentálnom dokazovaní. Existenciu neutrína, resp. antineutrína, možno experimentálne preukázať pomocou *inverznej beta premeny*. Je to jadrová reakcia podobná elektrónovému záchytu, avšak interaguje antineutríno s protónom v jadre za vzniku neutrónu a pozitronu:



V roku 1956 [18] bola existencia neutrína prvýkrát experimentálne preukázaná pomocou jadrového reaktora ako intenzívneho zdroja neutrín z beta premeny.

Princíp detekcie antineutrína spočíva v koincidencii registrácie fotónov z anihilácie vzniknutého pozitónu a fotónov zo záchytu vytvoreného neutrónu niekoľko mikrosekúnd neskôr. Pre záchyt neutrín sa použila voda a pre záchyt neutrónov Cd ako v nej rozpustený CdCl_2 v nádrži obklopenej detektormi gama žiarenia. Experimentálne potvrdenie existencie neutrín bolo ocenené Nobelovou cenou za fyziku v roku 1995 pre F. Reinesa.

Pôvodne sa uvažovalo aj s možnosťou, že neutríno nemá hmotnosť. Táto teória bola vyvrátená objavením neutrínových oscilácií, čo dokazuje, že neutrína majú nenulovú pokojovú hmotnosť. T. Kajita a A. B. McDonald boli za ich objav ocenení Nobelovou cenou za fyziku v roku 2015.

Na výpočet pokojovej hmotnosti neutrína možno porovnať energiu premeny Q , vypočítanú z energetickej bilancie konkrétnej beta premeny, a experimentálne získanú hodnotu maximálnej kinetickej energie β -častíc, $E_{K\beta\max}$, kedy je kinetická energia neutrína nulová:

$$Q = E_{K\beta\max} + E_R + m_{\nu 0}c^2 \quad (3.29)$$

Pri zanedbaní spätného odrazu jadra sa bude pokojová energia neutrína rovnáť rozdielu energie premeny a maximálnej kinetickej energie β -častice.

$$E_{0\nu} = m_{\nu 0}c^2 = Q - E_{K\beta\max} \quad (3.30)$$

Najpresnejšie hodnoty možno získať pri beta premene ľahkých jadier, pri ktorých sú hodnoty energií Q a $E_{K\beta\max}$ malé. Ideálnou je β^- premena trícia s vhodnou dobou poplremeny 12,32 r a energiou premeny 18,6 keV:



Prvé merania hmotnosti neutrína, resp. antineutrína, uskutočnené v roku 1949 dávali hodnoty $m_{0\nu} \leq 1 \text{ keV}/c^2$, v roku 1976 už to bolo menej ako $35 \text{ eV}/c^2$, v 1991 menej ako $9 \text{ eV}/c^2$ a v roku 2009 približne $1,5 \text{ eV}/c^2$. Kombinovaný experiment KATRIN [17] s beta premenou trícia určil v roku 2021 hornú hranicu pokojovej energie neutrína na $E_{0\nu} = m_{\nu 0}c^2 = 0,8 \text{ eV}$. Neutríno je teda približne 600 000-krát ľahšie ako elektrón (pokojová energia $E_{0e} = m_{e0}c^2 = 511 \text{ keV}$).

Vlastnosti neutrína sú:

- nulový elektrický náboj
- pokojová hmotnosť $m_{0\nu} \leq 0,8 \text{ eV}/c^2$
- takmer nulový magnetický moment
- spin $\frac{1}{2}\hbar$
- veľmi malá pravdepodobnosť interakcie s prostredím (10^{-10} s celou Zemou)
- kinetická energia $E_{K\nu} \cong Q - E_{K\beta}$

Emitovaním neutrína pri beta premene sa tak podarilo objasniť spojitý charakter energetického spektra β -častíc, zachovanie charakteru spinu jadra a potvrdiť platnosť Zákona zachovania hybnosti. Pauliho hypotéza sa všeobecne prijala a bola následne experimentálne potvrdená.

Beta premenu možno charakterizovať nasledovnými bodmi:

1. Dochádza k nej v celom rozsahu periodickej sústavy chemických prvkov.
2. Beta premena je vnútronukleónový proces.
3. Doba polpremeny beta rádioaktívnych jadier sa mení v širokom rozsahu (31 rádov): $10^{-2} \text{ s } ({}^{12}_5\text{B}) \div 10^{22} \text{ r } ({}^{48}_{20}\text{Ca})$.
4. Energia β -častíc je v rozsahu troch rádov: $0,02 ({}^3_1\text{H}) \div 13,4 ({}^{12}_5\text{B})\text{MeV}$.
5. Energetické spektrum β -častíc emitovaných z jedného typu zdroja je spojité.

3.3 Emisia gama žiarenia

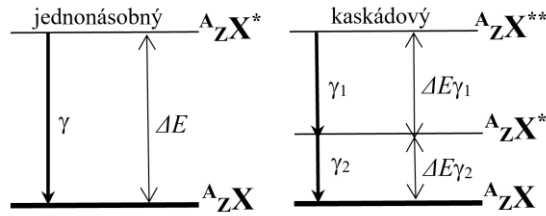
Ďalším spôsobom, ako môže jadro zvýšiť svoju stabilitu, je emisia gama žiarenia. Jadro, systém častíc v pohybe, sa môže nachádzať v základnom energetickom stave alebo vo vzбудených kvantových stavoch, čiže na vyšších energetických hladinách. Do vzbudeneho stavu sa jadro môže dostať napríklad v dôsledku emisie α -častice alebo β -častice, či zachytením neutrónu. Jadro vo vzbudenom stave zotrúva relatívne krátko, 10^{-13} s a kratšie. Ak je energia vzbudenia jadra príliš malá na to, aby jadro vyžiarilo hmotnú časticu, dôjde k vyžiareniu elektromagnetického vlnenia, ktoré nazývame γ -žiarenie. Gama žiarenie je elektromagnetické vlnenie, ktoré má pôvod v jadre atómu a jeho energia je podstatne vyššia ako energia fotónov viditeľného svetla. Podobné gama žiareniu, čo sa týka energií, je iné elektromagnetické vlnenie, röntgenové žiarenie. Prakticky nie je žiaden rozdiel medzi röntgenovým žiarením s vysokou energiou a gama žiarením nižších energií. Tieto dve sa však líšia svojim pôvodom. Gama žiarenie vzniká v jadre atómu a röntgenové žiarenie v jeho obale. Gama žiarenie objavil H. Becquerel v roku 1896 pri skúmaní prirodzenej rádioaktivity uránovej rudy.

Emisia γ -žiarenia nie je vnútrojadrový proces ako emisia α -častice ani vnútro-nukleónový proces ako emisia β -častice. Izolovaný voľný nukleón nemôže vyžiariť ani pohltiť γ -žiarenie z dôvodu platnosti Zákona zachovania energie a hybnosti. Gama žiarenie môže vyžiariť nukleón, ktorý je vo vnútri jadra, pričom odovzdáva časť impulzu okolitým nukleónom. Vyžiarovanie je spojené so zmenou usporiadania nukleónov v jadre s cieľom zabezpečiť energeticky výhodnejší stav.

Emisia gama žiarenia je samovoľná emisia fotónov z jadra atómu bez zmeny nukleónového A či protónového čísla Z . Jadro vo vzbudenom stave sa označuje hviezdičkou:



Pri emisii gama žiarenia jadro prechádza zo vzbudeneho stavu do stavu s nižšou energiou alebo do základného stavu. Prechod jadra môže byť jednonásobný, ak jadro vyžiari jeden gama fotón, alebo kaskádový, keď je prechod do nižších stavov uskutočnený postupným vyžiarovaním niekoľkých fotónov gama (Obr.3.4).



Obr. 3.4: Jednonásobný a kaskádový prechod jadra do nižšieho energetického stavu za vyžiarenia fotónov gama

Energia gama žiarenia E_γ je daná rozdielom energií $\Delta E = E_1 - E_2$ energetických hladín jadra, medzi ktorými dochádza k prechodu pri jeho vyžiarení. V súlade so Zákonom zachovania energie a hybnosti pre jadro (E_R, \vec{p}_R) a fotón (E_γ, \vec{p}_γ) možno písať:

$$\Delta E = E_\gamma + E_R, \quad 0 = \vec{p}_R + \vec{p}_\gamma \Rightarrow |p_R| = |p_\gamma| \quad (3.33)$$

Absolútnu hodnotu hybnosti spätne odrazeného jadra a jeho kinetickú energiu možno vyjadriť cez rýchlosť v a hmotnosť jadra M :

$$p_R = Mv \quad E_R = \frac{1}{2} Mv^2 \quad (3.34)$$

Pre energiu E_γ a hybnosť p_γ fotónu platí vzťah:

$$E_\gamma = p_\gamma c \quad (3.35)$$

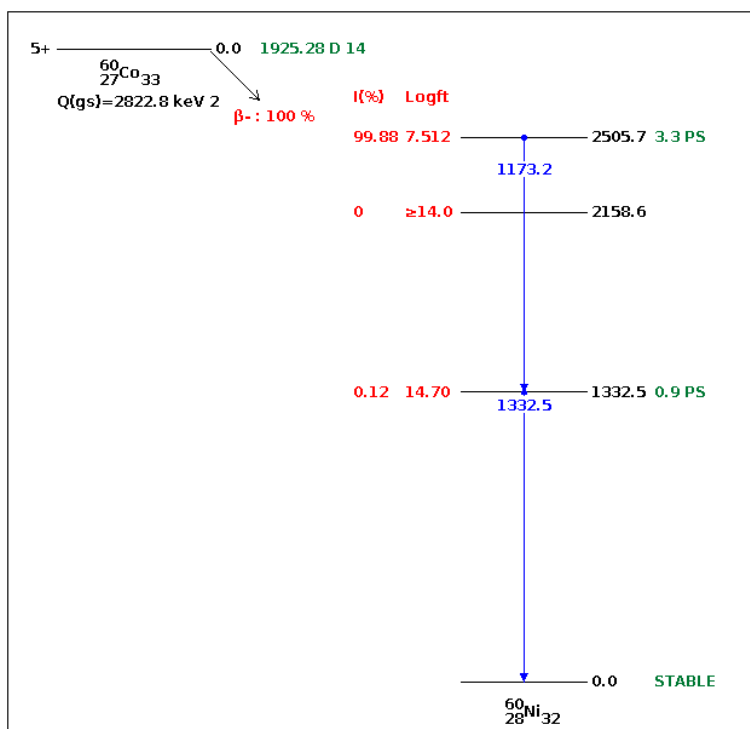
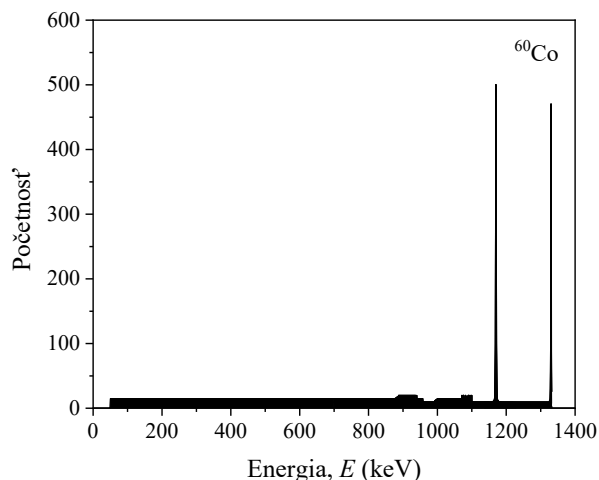
Na základe uvedeného, možno vyjadriť energiu spätného odrazu jadra vzhľadom ku energii gama žiarenia:

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \approx \frac{E_\gamma^2}{2A \cdot 938(\text{MeV})} \quad (3.36)$$

Ako vidno, energia spätného odrazu jadra je oveľa menšia. Pre jadrá s nukleónovým číslom $A \approx 100$, a energiou $E_\gamma \approx 1$ MeV bude približne jednotky eV, čiže milióntina energie fotónu, a preto možno tvrdiť, že gama žiarenie preberie takmer všetku energiu vzbudenia jadra:

$$E_\gamma \approx \Delta E \quad (3.37)$$

Fotóny gama vyžarované jadrami majú zvyčajne energie od niekoľkých desiatok keV ($^{241}_{95}\text{Am}$: 59,5 keV) do niekoľko MeV ($^{24}_{11}\text{Na}$: 2,75 MeV), čo je v porovnaním s fotónmi viditeľného svetla, s energiou rádovo eV, o niekoľko rádov viac.

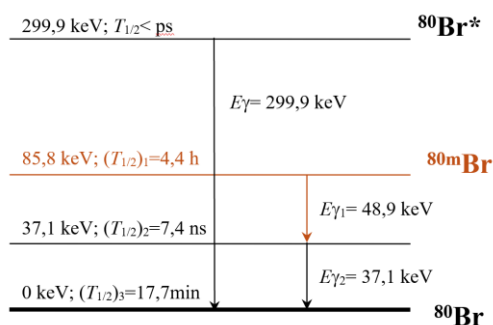


Obr. 3.5: Gama spektrum ^{60}Co (hore) a jeho schéma rádioaktívnej premeny podľa *NuDat 3* [12] (dolu)

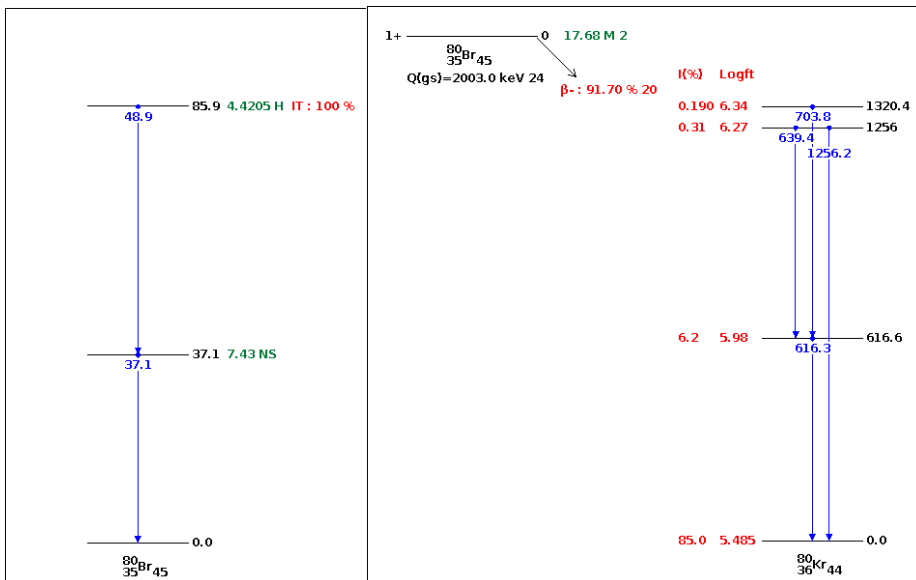
Spektrum energií fotónov gama zo zdroja bude diskkrétne. Príklad gama spektra možno vidieť na Obr.3.5 pre $^{60}_{27}\text{Co}$, ktorý po beta premene na $^{60}_{28}\text{Ni}$ prechádza zo vzbudeného stavu kaskádovým prechodom do základného za emisie dvoch fotónov s energiou 1,17 a 1,33 MeV. Uvedené dva typy fotónov sa zobrazia v spektre ako dva píky (vrcholy) príslušných energií.

Jadrová izoméria

Izoméry sú jadrá toho istého prvku s rovnakým protónovým Z aj nukleónovým číslom A , avšak nachádzajúce sa v rôznych energetických stavoch, ktoré sú spôsobené rôznym pohybom nukleónov v nich. Izoméry sa líšia výsledným spinom jadra, hmotnosťou, strednou dobou života a dobou polpremeny. Väčšinou majú vzbudené jadrá veľmi krátku dobu polpremeny (10^{-13}s), avšak niektoré zostávajú v tomto stave aj niekoľko hodín až dní. Stav s relatívne dlhšou dobou polpremeny nazývame metastabilný a označujeme indexom m . Hovoríme, že jadro existuje v rôznych izomérnych stavoch, v metastabilnom a v krátko-žijúcom, prípadne stabilnom stave. Existenciu rôznych izomérnych stavov jadra nazývame jadrová izoméria. Jadrová izoméria nie je zriedkavý jav. Existuje okolo 100 prípadov jadrovej izomérie. Najčastejšie sa vyskytuje v prípadoch jadier s nepárnym počtom protónov alebo neutrónov. V prípade páro-párnych jadier je veľmi zriedkavá. Príklad jadrovej izomérie je zobrazený na Obr. 3.6. Záchytnom neutrónu jadrom $^{79}_{35}\text{Br}$ môže vzniknúť jadro $^{80}_{35}\text{Br}$ v rôznych vzbudených stavoch. Prechod do základného stavu sa uskutočňuje zo vzbudeného stavu prakticky okamžite a v prípade metastabilného stavu s dobou polpremeny 4,4 h. V oboch prípadoch prechádza jadro do základného stavu za emisie fotónov gama. Jadro $^{80}_{35}\text{Br}$ v základnom stave je nestabilné a ďalej podlieha beta premene s dobou polpremeny 17,7 min (Obr. 3.7).



Obr. 3.6: Schéma vybraných energetických hladín jadra $^{80}_{35}\text{Br}$ zobrazujúca jadrovú izomériu (metastabilný stav je znázornený farebne)



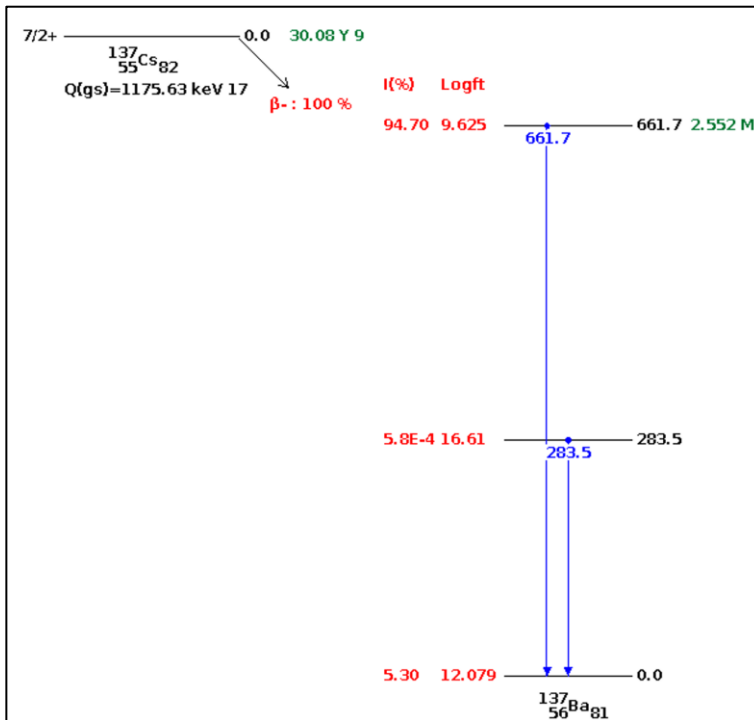
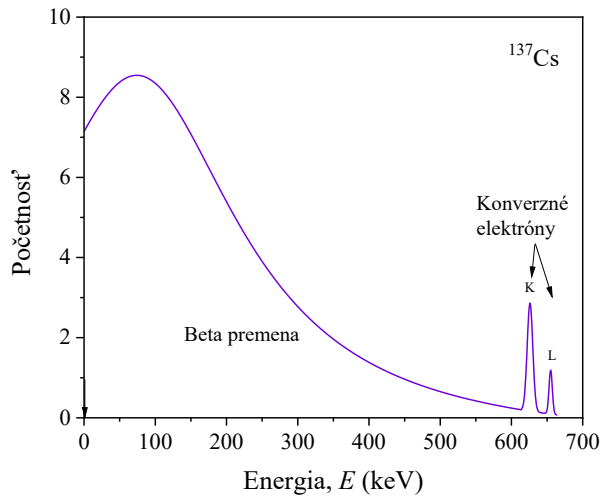
Obr. 3.7: Schémy premeny jadra $^{80}_{35}\text{Br}$ podľa *NuDat 3* [12]

Vnútoraná konverzia

Jadro, ktoré sa nachádza vo vzbuđenom stave, môže okrem vyžiarenia gama fotónu prejsť do nižšieho energetického stavu aj prostredníctvom vnútornej konverzie. Vnútoraná konverzia je dej, kedy jadro odovzdá energiu vzbuđeniu jednému zo svojich elektrónov v obale atómu. V procese vnútornej konverzie je vyžarovaný elektrón, ktorého kinetická energia E_{Ke} sa rovná energii vzbuđeniu jadra zmenšenej o väzbu elektrónu v obale E_{Be} :

$$E_{\text{Ke}} = \Delta E - E_{\text{Be}} \quad (3.38)$$

Energetické spektrum konverzných elektrónov bude diskkrétne. Monoenergetickosť elektrónov uvoľnených pri procese konverzie umožňuje odlíšiť konverzné elektróny od elektrónov, ktoré sú emitované pri beta premene. Na spojitom spektre elektrónov z beta premeny budú superponované píky prislúchajúce konverzným elektrónom, ako možno vidieť na Obr. 3.8. $^{137}_{55}\text{Cs}$ sa premieňa β^- premenou na $^{137}_{56}\text{Ba}$ vo vzbuđenom stave s pravdepodobnosťou 95 %. Energia vzbuđeniu je 661,7 keV. Následne buď emituje gama fotón s energiou 661,7 keV, alebo konverzný elektrón.



Obr. 3.8: Beta spektrum $^{137}_{55}\text{Cs}$ (hore) a jeho schéma rádioaktívnej premeny podľa *NuDat 3* [12] (dolu)

Koeficient vnútornej konverzie α vyjadruje pomer pravdepodobnosti konverzie na všetkých energetických hladinách atómu P_e ku pravdepodobnosti vyžiarenia fotónu gama P_γ .

$$\alpha = P_e/P_\gamma \quad (3.39)$$

Uvoľnenie konverzného elektrónu z K-hladiny (bližšie k jadrú) má vyššiu pravdepodobnosť ako z L-hladiny. Na každej hladine sú elektróny viazané inak. Väzbová energia elektrónu na K-hladine $^{137}_{56}\text{Ba}$ je vyššia $E_{\text{BeK}} = 36 \text{ keV}$ a na L-hladine nižšia $E_{\text{BeL}} = 6 \text{ keV}$. Smerom od jadra pravdepodobnosť konverzie na hladinách klesá. Kinetické energie konverzných elektrónov budú $E_{\text{KeK}} = 625,7 \text{ keV}$ a $E_{\text{KeL}} = 655,7 \text{ keV}$. V beta spektre ich vidíme ako dva píky príslušnej energie a výšky zodpovedajúcej pravdepodobnosti javu.

V prípade, že by energia vzбудenia jadra bola väčšia ako dvojnásobok pokojovej energie elektrónu ($2 \cdot m_{0e}c^2 = 1,022 \text{ MeV}$), okrem vyžiarenia fotónu gama a vnútornej konverzie môže nastať emisia elektrón-pozitrónového páru. Jej pravdepodobnosť je však o niekoľko rádov nižšia.

3.4 Spontánne štiepenie jadier

Najťažšie nestabilné jadrá sa môžu samovoľne rozpadnúť na dva ťažké fragmenty. Táto premena jadra je sprevádzaná uvoľňovaním sekundárnych neutrónov a γ -žiarenia. Jav nazývame spontánne štiepenie jadier. Z prvkov, ktoré existujú v prírode pozorujeme spontánne štiepenie len v prípade ${}^{238}_{92}\text{U}$, vďaka ktorému bolo v roku 1940 objavené [19]. Príčinou spontánneho štiepenia ťažkých jadier je elektrostatické odpudzovanie protónov, ktoré prevyšuje príťažlivé jadrové sily nukleónov z pohľadu *Kvapkového modelu jadra*. K spontánnemu štiepeniu môže dôjsť ak energia štiepenia Q vyplývajúca z rozdielu hmotností častíc pred a po štiepení je kladná:

$$Q = \Delta M \cdot c^2 = \{M({}^A_Z X) - M({}^{A_1}_{Z_1} Y_1) - M({}^{A_2}_{Z_2} Y_2) - km_n\}c^2 \quad (3.40)$$

Kde $M({}^A_Z X)$ je hmotnosť pôvodného jadra, $M({}^{A_1}_{Z_1} Y_1)$ a $M({}^{A_2}_{Z_2} Y_2)$ sú hmotnosti fragmentov a km_n je hmotnosť k neutrónov uvoľnených pri štiepení. Proces štiepenia sa stáva energeticky výhodný pre jadrá s istým počtom protónov a neutrónov, pre ktoré platí:

$$\frac{Z^2}{A} > 17 \quad (3.41)$$

Pomer Z^2/A nazývame **parameter štiepenia**. Kladne nabitú fragmenty štiepenia sú ovplyvňované bariérou štiepenia, ktorá vyplýva z priebehu potenciálnej energie v závislosti od vzdialenosti medzi jednotlivými fragmentami. Bariérou môžu prenikat' tunelovým javom, podobne ako α -častica pri alfa premene. Pravdepodobnosť štiepenia jadier rastie s rastúcim parametrom štiepenia a s klesajúcou bariérou štiepenia. Jadrá z väčším parametrom štiepenia majú nižšiu bariéru štiepenia až v prípade $(Z^2/A) \geq 49$ prestáva bariéra existovať a jadro sa okamžite samovoľne štiepi.

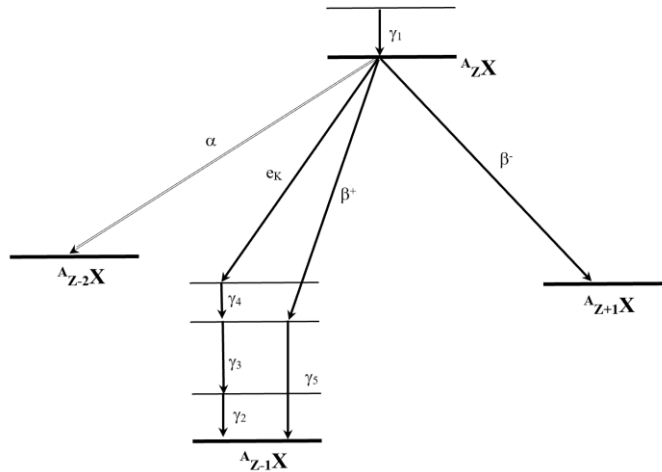
Tab. 3.2: Príklady jadier podliehajúcich spontánnemu štiepeniu

Nuklid	Z^2/A	Doba polpremeny štípenia	Pravdepodobnosť štípenia	Doba polpremeny α -premeny	Pravdepodobnosť α -premeny
${}^{235}\text{U}$	36,0	$1,8 \cdot 10^{17}$ r	$7 \cdot 10^{-9}$ %	$7,0 \cdot 10^8$ r	takmer 100 %
${}^{238}\text{U}$	35,6	$8,0 \cdot 10^{15}$ r	2,6 %	$4,5 \cdot 10^9$ r	97,4 %
${}^{239}\text{Pu}$	37,0	$5,5 \cdot 10^5$ r	$3 \cdot 10^{-10}$ %	$2,4 \cdot 10^4$ r	takmer 100 %
${}^{240}\text{Pu}$	36,8	$1,2 \cdot 10^{11}$ r	$6 \cdot 10^{-6}$ %	$6,6 \cdot 10^3$ r	takmer 100 %
${}^{252}\text{Cf}$	38,1	66 r	3 %	2,65 r	97 %

Počet nuklidov podliehajúcich samovoľnému štiepeniu nie je veľký, okrem uránu sú to umelo pripravené nuklidy ako napríklad tie, uvedené v tabuľke 3.2. Ich štiepenie nie je jediný proces stabilizácie jadra, konkuruje mu alfa premena, ktorá je pravdepodobnejšia (Tab. 3.2).

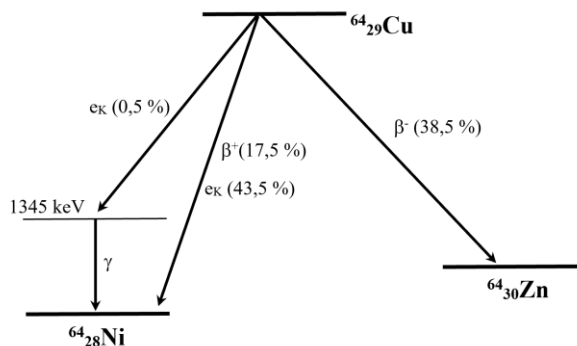
3.5 Schémy rádioaktívnych premien

Pre lepšiu prehľadnosť a rýchlu orientáciu je výhodné zapisovať premenu jadier pomocou energetických diagramov, ktoré poskytujú informácie o type vyžarovaných častíc, ich energii, pravdepodobnosti vyžiarovania a o výslednom jadre. Na Obr. 3.9 je všeobecný príklad schémy všetkých typov rádioaktívnych premien s ktorými sa v praxi stretávame. Horizontálne čiary predstavujú energetické stavy rádioaktívneho jadra A_ZX_1 (v hornej časti) a výsledných jadier ${}^{Z-2}_2X_2$, ${}^{Z-1}_3X_3$ a ${}^{Z+1}_4X_4$ (v dolnej časti), ktoré premenou jadra vznikajú. Podľa toho, či vznikne jadro s nižším počtom protónov alebo vyšším, sú energetické hladiny výsledných jadier posunuté voči pôvodnému jadrú vľavo (pre menšie Z) alebo vpravo (pre väčšie Z).

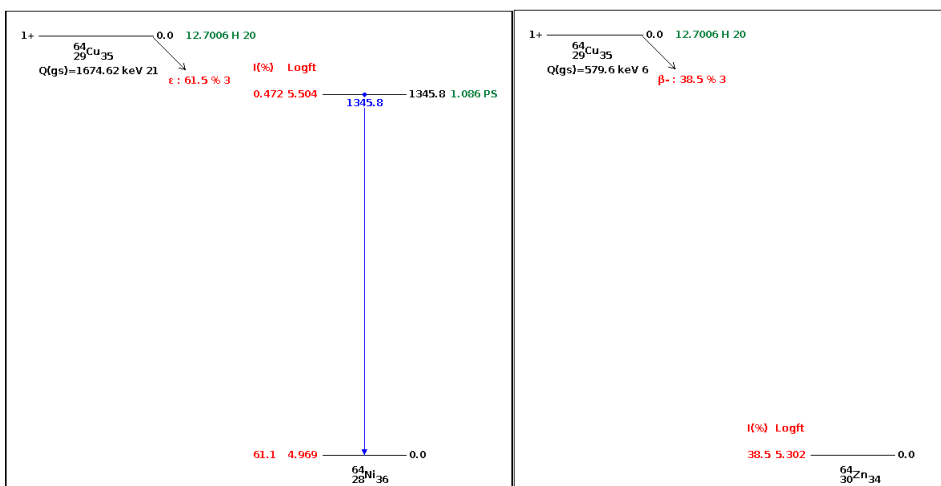


Obr. 3.9: Všeobecný príklad schémy rádioaktívnej premeny jadra

Ak je jadro atómu vo vzbudenom stave (${}^A_Z X_1$, ${}^{Z-1}_3 X_3$), prechod do základného stavu sa uskutoční spravidla vyžiarovaním fotónu gama. Prechod jadra z vyššieho do nižšieho energetického stavu sa v schéme zobrazuje zvislou šípkou medzi príslušnými horizontálnymi čiarami predstavujúcimi energetické stavy a indexom γ . Ak šípka smeruje vpravo alebo vľavo, ide o premenu pri ktorej vzniká nový atóm. Pri β^- premene vzniká atóm s protónovým číslom o jeden väčším, preto šípka smeruje vpravo. Pri β^+ premene a elektrónovom záchyte e_K vzniká jadro s protónovým číslom o jeden menším, a preto šípka smeruje vľavo. Pri alfa premene vzniká jadro s počtom protónov menším o dva a šípka smeruje najviac vľavo, často zobrazovaná ako dvojité.



Obr. 3.10: Schéma rádioaktívnej premeny $^{64}_{29}\text{Cu}$



Obr. 3.11: Schéma rádioaktívnej premeny $^{64}_{29}\text{Cu}$ podľa *NuDat 3* [12]

Obr. 3.10 zobrazuje konkrétnu schému premeny medzi $^{64}_{29}\text{Cu}$, ktorá podlieha všetkým trom typom beta premeny, každej s inou pravdepodobnosťou. S pravdepodobnosťou 38,5 % sa premieňa β^- premenou na $^{64}_{30}\text{Zn}$, s pravdepodobnosťou 43,5 % sa premieňa β^+ premenou alebo so 17,5 % pravdepodobnosťou elektrónovým záchyтом e_K na $^{64}_{28}\text{Ni}$ v základnom energetickom stave alebo s pravdepodobnosťou len 0,5 % sa premení elektrónovým záchyтом e_K na $^{64}_{28}\text{Ni}$ vo vzburdenom stave za následnej emisie γ žiarenia s energiou 1345 keV. Princiálne podobne zobrazuje schémy premeny aj databáza *NuDat 3* [12], ktorá ale vykresľuje všetky premeny jadra smerom doprava a len po jednej premeny, ako možno vidieť na Obr. 3.11 pre tú istú schému premeny medzi.

3.6 Rady rádioaktívnej premeny

Pri tvorbe vesmíru pred 5 – 7 miliardami rokov vznikli aj rádioaktívne nuklidy, z ktorých niektoré pretrvali v prírode dodnes. Pri ich štúdiu zistíme, že väčšina z nich tvorí reťazové rádioaktívne premeny pozostávajúce z viac ako desiatich generácií premeny. Rádionuklidy tvoriace reťazovú rádioaktívnu premenu nazývame **rad rádioaktívnej premeny**, v minulosti *rozpadový rad*. Každý rad začína nuklidom najťažšieho prvku skupiny a končí stabilným nuklidom najľahšieho z nich. V súlade so zákonom zachovania elektrického a bariónového náboja možno pre jadrové premeny formulovať zákony zmeny polohy novovzniknutého jadra v periodickej sústave chemických prvkov. Ak sa mení jadro premenou alfa, vznikne jadro, ktoré má o dva protóny a dva neutróny menej a v periodickej sústave sa posunie o dve miesta dopredu smerom k vodíku. Ak sa rádionuklid mení premenou beta, posunie sa o jedno miesto dopredu (v prípade uvoľnenia pozitronu) alebo o jedno miesto dozadu (v prípade emisie elektrónu). Posun prvkov v periodickej sústave chemických prvkov v dôsledku alfa a beta premeny vyjadřili v roku 1913 F. Soddy a K. Fajans vo forme **Sodyho-Fajansovho zákona posuvu**. Zákon umožňoval predpovedať polohu dcérskeho nuklidu v periodickej sústave chemických prvkov, a tým určiť jeho chemické vlastnosti.

Pozorovaním rádioaktívnych nuklidov vyskytujúcich sa v prírode zistíme, že väčšina z nich tvorí spolu štyri rady rádioaktívnej premeny. Dôvodom, prečo existujú práve štyri rady je fakt, že alfa premena znižuje hmotnostné číslo nuklidu o štyri. Pre všetky hmotnostné čísla nuklidov jedného radu rádioaktívnej premeny platí vzťah:

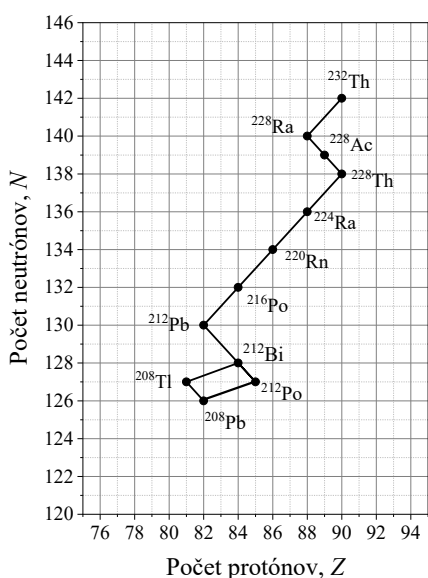
$$A = 4n + a \quad (3.41)$$

kde n je celé číslo a a nadobúda hodnoty: 0, 1, 2, alebo 3, pre každý rad jednu z uvedených hodnôt: pre tóriový rad sa $a = 0$ (Obr. 3.12), pre neptúniový rad sa $a = 1$ (Obr. 3.13), pre uránový rad sa $a = 2$ (Obr. 3.14) a pre aktíniový rad sa $a = 3$ (Obr. 3.15). Názov radu určuje najťažší materský nuklid radu, len v prípade aktíniového radu bol jeho názov pridelený v domnienke, že začína ^{227}Ac . Každý rad rádioaktívnej premeny končí stabilným prvkom, ktorým je izotop olova alebo bizmutu. Ako vidieť na obrázkoch radov rádioaktívnej premeny, niektoré nuklidy sa môžu meniť premenou alfa aj beta, vtedy hovoríme o **vetvení** radu. Tabuľka 3.3 uvádza základné vlastnosti jednotlivých radov rádioaktívnej premeny vrátane doby polpremeny materského jadra [20]. Ako vidieť, doby polpremeny materských jadier radov sú veľmi veľké, porovnateľné

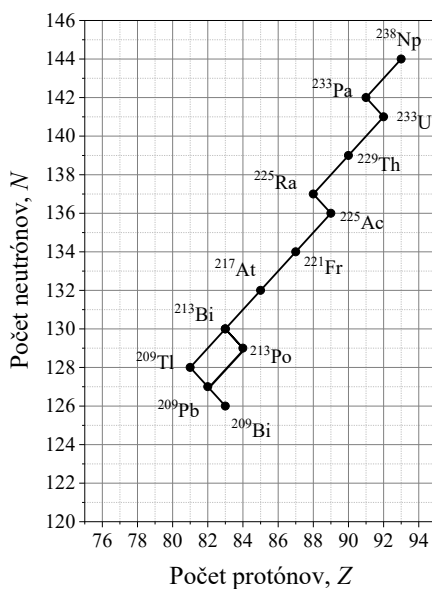
s vekom vesmíru (10^{10} r). Len v prípade neptúniového radu je jeho doba polpremeny relatívne krátka, a preto sa jeho nuklidy doposiaľ nepodarilo v prírode zaznamenať. Niektoré však boli pripravené v laboratórnych podmienkach bombardovaním ťažkých jadier neutrónmi.

Tab. 3.3: Vlastnosti radov rádioaktívnej premeny

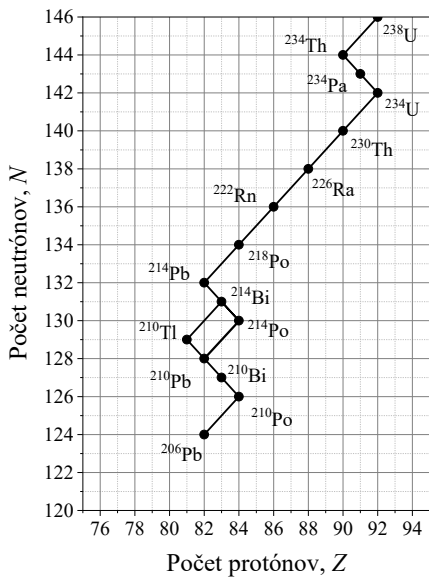
Názov radu	Materské jadro radu	Doba polpremeny materského jadra, $T_{1/2}$ (roky)	Konečné stabilné jadro	Hmotnostné číslo nuklidov
Tóriový	$^{232}_{90}\text{Th}$	$1,39 \cdot 10^{10}$	$^{208}_{82}\text{Pb}$	$A = 4n$
Neptúniový	$^{237}_{93}\text{Np}$	$2,25 \cdot 10^6$	$^{209}_{83}\text{Bi}$	$A = 4n + 1$
Uránový	$^{238}_{92}\text{U}$	$4,51 \cdot 10^9$	$^{206}_{82}\text{Pb}$	$A = 4n + 2$
Aktíniový	$^{235}_{92}\text{U}$	$7,07 \cdot 10^8$	$^{207}_{82}\text{Pb}$	$A = 4n + 3$



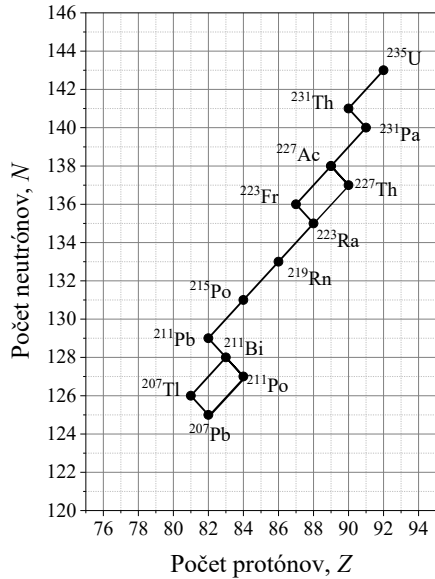
Obr. 3.12: Tóriový rad



Obr. 3.13: Neptúniový rad



Obr. 3.14: Uránový rad



Obr. 3.15: Aktíniový rad

3.7 Výpočtové príklady na tému: Rádioaktívne premeny jadier

P.1: Jadro ${}^{225}_{89}\text{Ac}$ podlieha trom alfa premenám za sebou. Aké bude výsledné jadro po premenách?

P.2: Jadro ${}^{11}_6\text{C}$ sa premieňa na ${}^{11}_5\text{B}$. Akú časticu pri tom emituje?

P.3: Určte jadrá, ktoré vzniknú β^- premenou z ${}^{198}_{79}\text{Au}$ a ${}^{32}_{15}\text{P}$.

P.4: Určte jadrá, ktoré vzniknú β^+ premenou z ${}^{107}_{48}\text{Cd}$ a ${}^{120}_{51}\text{Sb}$.

P.5: Konečným prvkom premeny ${}^{232}_{90}\text{Th}$ je izotop ${}^{208}_{82}\text{Pb}$. Vypočítajte, koľko častíc α a koľko častíc β sa uvoľní pri takejto premene.

P.6: Určte zloženie jadra nuklidu, ktorý vznikne z ${}^{238}_{92}\text{U}$ po štyroch premenách alfa a dvoch beta- premenách.

P.7: Vypočítajte energiu β^- premeny ${}^{210}_{83}\text{Bi}$, ak poznáte hmotnosti atómov ${}^{210}_{83}\text{Bi}$ (209,9841 u) a ${}^{210}_{84}\text{Po}$ (209,98286 u).

P.8: Vypočítajte maximálnu energiu elektrónov emitovaných pri beta premene ${}^{12}_5\text{B}$ na ${}^{12}_6\text{C}$. Hmotnosti ich atómov sú 12,014352 u a 12 u.

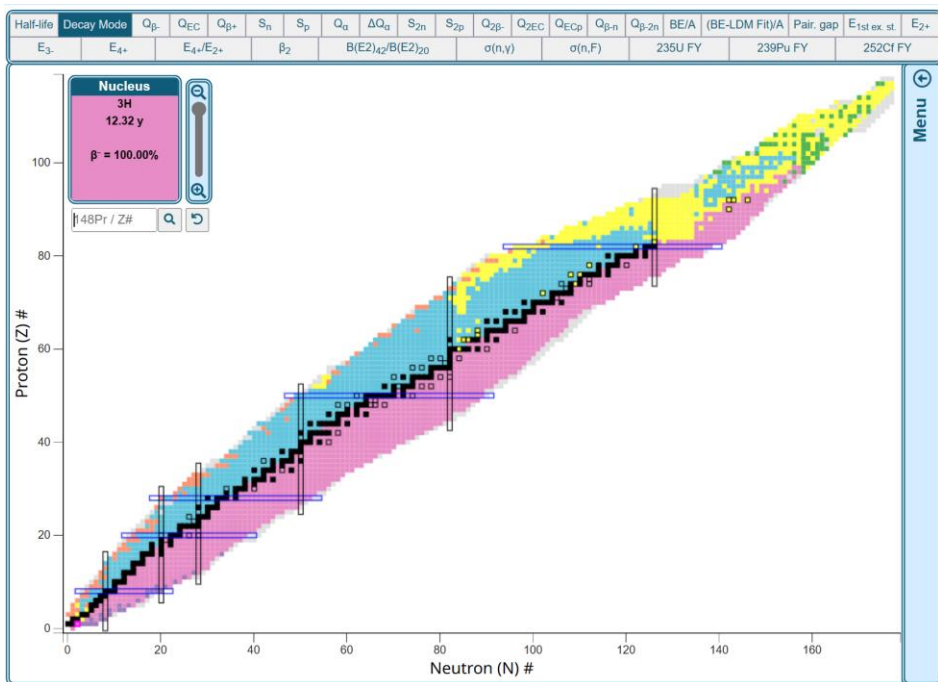
P.9: Prečo sa jadro ${}^7_4\text{Be}$ vždy premieňa elektrónovým záchyтом a nie β^+ premenou? Hmotnosti atómov ${}^7_4\text{Be}$ a ${}^7_3\text{Li}$ sú 7,016929 u a 7,016004 u.

P.10: Aká bude kinetická energia konverzného elektrónu z K hladiny z ${}^{137}_{56}\text{Ba}$ ak vznikne pri beta premene ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ vo vzbuđenom stave, emituje 661 keV gama žiarenie a väzbová energia elektrónu na K hladine v ${}^{137}_{56}\text{Ba}$ je 37 keV.

* Pri výpočtoch použite konštanty a údaje o hmotnostiach atómov aj častíc na stránke: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/> [2] a www.webelements.com [10].

4 Rádionuklidy

Nuklid je jadro s konkrétnym počtom protónov a neutrónov alebo látka zložená z atómov charakterizovaných rovnakým protónovým Z a nukleónovým číslom A ako aj rovnakým energetickým stavom jadier. Rádionuklid je rádioaktívny nuklid, teda látka z nuklidov, ktorých jadrá podliehajú samovoľnej premene, čo sa týka ich zloženia alebo energetického stavu (alfa premena, beta premena, emisia γ -žiarenia, štiepenie). Rádionuklidy nájdeme naprieč celou periodickou sústavou chemických prvkov, zvyčajne ako izotopy bežne známych stabilných atómov.



Obr. 4.1: Schematické znázornenie rádioaktivity nuklidov podľa NuDat 3 [12]

Na Obr. 4.1 je farebne vynesená závislosť rádioaktivity nuklidov podľa ich nukleónového zloženia z interaktívnej databázy NuDat 3 [12], ktorá zobrazuje 3386 experimentálne známych nuklidov. Izotopy konkrétneho prvku sú vzhľadom na použité osi grafického znázornenia v tom istom riadku. Nuklidy s tzv. *magickým* počtom protónov alebo neutrónov (8, 20, 28, 50, 82, 126) podľa teórie *Hladinového modelu jadra*, sú znázornené horizontálnymi a vertikálnymi rámkami. Čierne body grafu predstavujú stabilné nuklidy, od ${}^1_1\text{H}$ až po ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, ktoré sú totožné s tzv. *krivkou stability*. Ružové body predstavujú rádionuklidy podliehajúce β^- premene, ako napríklad ${}^3_1\text{H}$, modré zase

rádionuklidy podliehajúce β^+ premene alebo elektrónovému záchytu, ako napríklad ${}_{30}^{65}\text{Zn}$. Ak sa rádionuklid premieňa viacerými spôsobmi, farba jeho bodu zobrazenia zodpovedá najpravdepodobnejšiemu spôsobu rádioaktívnej premeny, ako rádionuklid ${}_{29}^{64}\text{Cu}$ (β^- 38,5 %, $\beta^+ + e_K$ 61,5 %), ktorý je zobrazený modrou. Alfa rádioaktívne rádionuklidy sú zobrazené žltou farbou a nájdeme ich najmä v oblasti ťažkých jadier, ako napríklad ${}_{95}^{241}\text{Am}$. V oblasti ešte ťažších jadier ($Z \geq 96$), môžeme vidieť zelenou farbou znázornené rádionuklidy pri ktorých dominuje spontánne štiepenie nad alfa premenou (napr. ${}_{100}^{244}\text{Fm}$). Oranžovou sú znázornené jadrá so silným deficitom neutrónov, ktoré nadbytok protónov môžu kompenzovať emisiou protónu z jadra (napr. ${}_{7}^{10}\text{N}$). Fialovou naopak jadrá so silným prebytkom neutrónov, emitujúce neutrón (napr. ${}_{4}^{13}\text{Be}$). Na záver, sivou farbou sú zobrazené rádionuklidy s doposiaľ neznámym spôsobom premeny.

Nie všetky experimentálne potvrdené nuklidy nájdeme v prírode. V životnom prostredí sa nachádzajú okrem stabilných nuklidov aj niektoré rádionuklidy, ktoré nazývame prírodné rádionuklidy. Podľa pôvodu delíme **prírodné rádionuklidy** do dvoch hlavných skupín:

1. *Kozmogénne rádionuklidy*, vznikajú priebežne interakciou kozmického žiarenia so stabilnými nuklidmi, najmä v zemskej atmosfére (${}_{1}^3\text{H}$, ${}_{6}^{14}\text{C}$...).
2. *Terestriálne rádionuklidy*, pochádzajúce priamo z našej planéty sa delia na dve skupiny. Primordiálne (pôvodné) rádionuklidy sú tie, ktoré boli vytvorené pri vzniku vesmíru a ich doba polpremeny je dostatočne dlhá ($> 10^8$ r) na to, aby sa doteraz zachovali (${}_{19}^{40}\text{K}$, ${}_{92}^{235}\text{U}$, ${}_{92}^{238}\text{U}$...). Sekundárne rádionuklidy vznikajú z primordiálnych rádionuklidov ich rádioaktívnou premenou a tvoria tzv. rady rádioaktívnej premeny.

Ostatné rádionuklidy boli pripravené umelo, či už pomocou jadrových reaktorov, pomocou urýchľovačov alebo pri testoch jadrových zbraní.

Zoznam symbolov a skratiek

Premenné:

α	– koeficient vnútornej konverzie = konverzný koeficient
ε	– stredná väzbová energia
ε_C	– Coulombova väzbová energia na nukleón
ε_S	– povrchová väzbová energia na nukleón
ε_V	– objemová väzbová energia na nukleón
ε_0	– permitivita vákuu
λ	– premenová konštanta
λ_D	– premenová konštanta dcérskeho jadra
λ_M	– premenová konštanta materského jadra
ν	– frekvencia
ρ	– hustota
Σ	– makroskopický účinný prierez
σ	– mikroskopický účinný prierez
τ	– stredná doba života
φ	– hustota toku častíc (počet častíc dopadajúcich na jednotku plochy za jednotu času)
A	– hmotnostné číslo = nukleónové číslo (počet nukleónov v jadre)
a	– koeficient
A_k	– aktivita
A_{k0}	– aktivita v čase $t = 0$
A_{kD}	– aktivita dcérskeho nuklidu
A_{kD0}	– aktivita materského nuklidu v čase $t = 0$
A_{kM}	– aktivita materského nuklidu
A_{kM0}	– aktivita materského nuklidu v čase $t = 0$
a_m	– hmotnostná aktivita
A_r	– relatívna atómová hmotnosť
a_v	– objemová aktivita
B	– hmotnostný schodok
c	– rýchlosť svetla vo vákuu
e	– náboj elektrónu
E	– energia
E_γ	– energia fotónu
E_B	– väzbová energia jadra
E_{Be}	– väzbová energia elektrónu
E_C	– Coulombova energia jadra
E_K	– kinetická energia
E_{Ke}	– kinetická energia elektrónu
$E_{K\alpha}$	– kinetická energia alfa častice

$E_{K\beta}$ – kinetická energia beta častice
$E_{K\nu}$ – kinetická energia neutrína
E_P – potenciálna energia
E_R – kinetická energia spätne odrazeného jadra
E_S – povrchová energia jadra
E_V – objemová energia jadra
E_X – celková energia častíc vstupného kanála reakcie
E_Y – celková energia častíc výstupného kanála reakcie
E_0 – pokojová energia
$E_{0\nu}$ – pokojová energia neutrína
E_1, E_2 – energia energetickej hladiny jadra
\hbar – redukovaná Planckova konštanta
k – konštanta
m – hmotnosť
M – hmotnosť jadra
ΔM – rozdiel hmotností jadier
M_α – pokojová hmotnosť alfa častice
m_π – hmotnosť piónu
M_{at} – hmotnosť atómu
M_ξ – pokojová hmotnosť uvoľnených častíc
m_e – hmotnosť elektrónu
M_f – pokojová hmotnosť novovzniknutého jadra
M_i – pokojová hmotnosť pôvodného jadra
M_{mol} – molárna hmotnosť
m_n – hmotnosť neutrónu
m_p – hmotnosť protónu
m_0 – pokojová hmotnosť častice
N – hmotnostné / nukleónové číslo
N_{197Au} – počet jadier izotopu ^{197}Au
Náb. – elektrický náboj častice
N_ξ – počet častíc
N_{RJ} – počet rádioaktívnych jadier
N_{RJ0} – počet rádioaktívnych jadier v čase $t = 0$
N_{RJD} – počet dcérskych rádioaktívnych jadier
N_{RJD0} – počet dcérskych rádioaktívnych jadier v čase $t=0$
N_{RJM} – počet materských rádioaktívnych jadier
N_{RJM0} – počet materských rádioaktívnych jadier v čase $t=0$
$N_{TERČ}$ – počet terčových jadier
P – pravdepodobnosť
P_γ – pravdepodobnosť emisie gama fotónu
P_e – pravdepodobnosť emisie konverzného elektrónu
p – hybnosť

p_R – hybnosť späťne odrazeného jadra
\vec{p}_γ – hybnosť fotónu
Q – reakčná energia, energia premeny jadra
q – rýchlosť aktivácie = reakčná rýchlosť
R – polomer jadra
r – vzdialenosť od stredu jadra, vzdialenosť od stredu bodového zdroja
$T_{1/2}$ – doba polpremeny
t – čas
t_a – doba aktivácie
t_u – čas, ktorý uplynul od ukončenia aktivácie
U – energia väzby medzi 2 nukleónmi v jadre
u – zjednotená atómová hmotnostná jednotka
V – objem látky
v – rýchlosť častice
Z – atómové / protónové číslo

Symboly častíc:

β – beta častica
γ – gama žiarenie, gama fotón
α – alfa častica
n – neutrón
p – protón
$\pi - \pi^+, \pi^-, \pi^0$ – mezón $\pi =$ pión
μ – mión
τ – tau leptón
ν_μ – miónové neutríno
ν_τ – tau neutríno
ν_e – elektrónové neutríno
b – bottom (spodný) kvark
c – charm (pôvabný) kvark
d – down (dolný) kvark
e – elektrón
\bar{q} – antikvark
q – kvark
s – strange (podivný) kvark
t – top (vrchný) kvark
u – up (horný) kvark, \bar{u} – anti-up kvark
W^- – W mínus bozón
W^+ – W plus bozón
Z^0 – Z bozón

Skratky:

ATLAS – A Toroidal LHC Apparatus

BNL – Brookhaven National Laboratory

CERN – Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

CMS – Compact Muon Solenoid

IAEA – International Atomic Energy Agency (Medzinárodná agentúra pre atómovú energiu)

KATRIN – Karlsruhe Tritium Neutrino experiment

LHC – Large Hadron Collider (Veľký hadrónový urýchľovač)

NNDC – National Nuclear Data Centre

PVP – Pauliho vylučovací princíp

Hmotnosť 1 atómu v (u):

$$M_{\text{at}}(^1\text{H}) = 1.007825032 \text{ 1(4)}$$

$$M_{\text{at}}(^2\text{H}) = 2,014101778 \text{ 0(4)}$$

$$M_{\text{at}}(^3\text{He}) = 3.0160293097$$

$$M_{\text{at}}(^4\text{He}) = 4,002 \text{ 603 2497(10)}$$

$$M_{\text{at}}(^{12}\text{C}) = 12$$

$$M_{\text{at}}(^{15}\text{N}) = 15,0001088989$$

$$M_{\text{at}}(^{15}\text{O}) = 15,0030656$$

$$M_{\text{at}}(^{16}\text{O}) = 15,99491461960$$

$$M_{\text{at}}(^{20}\text{Ne}) = 19,9924356 \text{ (22)}$$

$$M_{\text{at}}(^{56}\text{Fe}) = 55,9349393 \text{ (16)}$$

$$M_{\text{at}}(^{58}\text{Fe}) = 57,9332773 \text{ (16)}$$

$$M_{\text{at}}(^{62}\text{Ni}) = 61,9283461 \text{ (16)}$$

$$M_{\text{at}}(^{209}\text{Bi}) = 208,980374 \text{ (5)}$$

$$M_{\text{at}}(^{238}\text{U}) = 238,0507847 \text{ (23)}$$

Hmotnosť častíc:

$$m_e \text{ (elektrónu)} = 9,109 \text{ 383 7015(28)} \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 5,485 \text{ 799 090 65(16)} \cdot 10^{-4} \text{ u} \approx 0,510 \text{ 998 950 00(15)} \text{ MeV}/c^2$$

$$m_p \text{ (protónu)} = 1,672 \text{ 621 923 69(51)} \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,007 \text{ 276 466 621(53)} \text{ u} \approx 938,272 \text{ 088 16(29)} \text{ MeV}/c^2$$

$$m_n \text{ (neutrónu)} = 1,674 \text{ 927 498 04(95)} \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,008 \text{ 664 915 95(49)} \text{ u} \approx 939,565 \text{ 420 52(54)} \text{ MeV}/c^2$$

$$m_d \text{ (deuterónu)} = 3,343 \text{ 583 7724(10)} \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 2,013 \text{ 553 212 745(40)} \text{ u} \approx 1875,612 \text{ 942 57(57)} \text{ MeV}/c^2$$

$$m_\alpha \text{ (alfa častice)} = 6,644 \text{ 657 3357(20)} \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 4,001 \text{ 506 179 127(63)} \text{ u} \approx 3727,379 \text{ 4066(11)} \text{ MeV}/c^2$$

Konštanty:

$$N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m / s}$$

$$1 \text{ e} = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$1 \text{ u} = 1,660\,539\,066\,60(50) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 931,494\,102\,42(28) \text{ MeV}/c^2$$

$$\hbar = 1,054\,571\,817 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, 4, 135667696 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$$

Riešenia výpočtových príkladov

Jadro atómu:

J.1: $R(^{238}\text{U}) = 7,75 \text{ fm}$, $R(^4\text{He}) = 1,98 \text{ fm}$.

J.2: $E_0(m_e) = 0,511 \text{ MeV}$, $E_0(m_p) = 938,27 \text{ MeV}$, $E_0(m_n) = 939,57 \text{ MeV}$.

J.3: $4,001506 \text{ u}$. **J.4:** $N_\zeta(^{238}\text{U}) = 2,53 \cdot 10^{21}$, $N_\zeta(^1\text{H}) = 5,98 \cdot 10^{23}$.

J.5: $E_B(\text{D}) = 2,223 \text{ MeV}$, $E_B(^4\text{He}) = 28,296 \text{ MeV}$.

J.6: $\varepsilon(^4_2\text{He}) = 7,074 \text{ MeV}$, $\varepsilon(^{56}_{26}\text{Fe}) = 8,7903 \text{ MeV}$, $\varepsilon(^{58}_{26}\text{Fe}) = 8,7922 \text{ MeV}$
 $\varepsilon(^{62}_{28}\text{Ni}) = 8,7945 \text{ MeV} = \text{najstabilnejšie}$, $\varepsilon(^{209}_{83}\text{Bi}) = 7,8481 \text{ MeV}$.

J.7: $\Sigma Q = E_B = 28,296 \text{ MeV}$. **J.8:** $E = 11,896 \text{ MeV}$.

J.9: $E_{\text{PC}}(p) = 11,105 \text{ MeV}$, $E_{\text{PC}}(n) = 15,66 \text{ MeV}$, $E_{\text{PC}}(\alpha) = 7,162 \text{ MeV}$.

J.10: $m_0(\text{T}) = 3,0155 \text{ u}$. **J.11:** $m_0(\text{Li}) = 7,0143 \text{ u}$.

Rádioaktivita:

R.1: Aktivita sa časom mení. **R.2:** $T_{1/2}(\text{T}) = 12,32 \text{ r}$. **R.3:** $A_k = 10,65 \text{ GBq}$.

R.4: $A_k = 9,91 \cdot 10^{17} \text{ Bq}$. **R.5:** $t = 61,4 \text{ s}$. **R.6:** $A_k = 3,677 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

R.7: $N/N_0(15d) = 48,3 \%$, $N/N_0(143d) = 0,1 \%$.

R.8: $m(\text{Na}) = 3,1 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$, $m(\text{Ba}) = 7,56 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$. **R.9:** $t = 57,9 \text{ s}$.

R.10: $T_{1/2}(\text{Ta}) = 2,8 \text{ r}$. **R.11:** $T_{1/2}(\text{Lu}) = 3,76 \cdot 10^{10} \text{ r}$. **R.12:** $V = 5,99 \text{ l}$.

R.13: $a_V(\text{B}) = 1,16 \text{ Bq/l}$, $a_V(\text{R}) = 11,6 \text{ mBq/l}$.

R.14: $a_m = 9,478 \cdot 10^{10} \text{ MBq/kg}$. **R.15:** $m = 9,45 \cdot 10^{-3} \text{ mg}$.

R.16: $m(\text{Ra}) = 34,31 \mu\text{g}$, $m(\text{Rn}) = 2,22 \text{ pg}$

R.17: $N_{\text{max}} = 7,8 \cdot 10^{12} \text{ at}$, $A_{k\text{max}} = 100 \text{ MBq V}$,

$A(1h) = 4,516 \text{ MBq}$, $A_{20h}(t_a = 1h) = 1,877 \text{ MBq}$, $A_{20h}(t_a = 3h) = 5,901$.

R.18: $t_a = 4,214 \text{ d}$, $A_k = 190 \text{ MBq}$. **R.19:** $A_k = 9,5 \text{ Bq}$.

R.20: $t_{\text{aEN}} = 114,5 \text{ s}$, $t_{\text{aEX}} = 2,3 \text{ s}$. **R.21:** $A_k = 127 \text{ MBq}$.

Rádioaktívne premeny jadier

P.1: $^{213}_{83}\text{Bi}$. **P.2:** Pozitrón. **P.3:** $^{198}_{80}\text{Hg}$ a $^{32}_{16}\text{S}$. **P.4:** $^{107}_{47}\text{Ag}$ a $^{120}_{50}\text{Sn}$. **P.5:** 6α a $4\beta^-$.

P.6: $^{222}_{86}\text{Rn}$. **P.7:** $Q = 1,155 \text{ MeV}$. **P.8:** $E_{\text{max}} = 13,369 \text{ MeV}$.

P.9: Pretože energia β^+ premeny je záporná $Q = -0,16 \text{ MeV}$.

P.10: $E_{\text{eK}} = 624 \text{ keV}$.

Literatúra

- [1] **G. F. BERTSCH et al.**, Atom: *Encyclopaedia Britannica* [Online] [Dátum: 25. 04. 2024.] <https://www.britannica.com/science/atom>.
- [2] **National Institute of Standards and Technology (NIST)**, Fundamental Physical Constants. [Online] [Dátum: 25. 04. 2024.] <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>.
- [3] **Collabaoration LHCb**, Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$ Decays: *Physical Review Letters* (2015) Zv. PRL 115, s. 072001.
- [4] **V. M. ABAZOV et al. (D0. Collaboration)**, Evidence for a $B_s^0 \pi^\pm$ State: *Physical Review Letters* (2016) Zv. 117, s. 022003.
- [5] **Collaboration ATLAS**, Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC: *Physics Letters* (2012) Zv. B 716, s. 1-29.
- [6] **Collaboration CMS**, Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC: *Physics Letters* (2012) Zv. B 716, s. 30-61.
- [7] **A. SITENKO, V. TARTAKOVSKII.**, *Theory of Nucleus: Nuclear Structure and Nuclear Interaction*: Dordrecht: Springer Science and Business Media Dordrecht (1997) ISBN 978-94-010-6436-1.
- [8] **H. S. HANS**, *Nuclear Physics: Experimental and Theoretical*: New Age International Publishers (2008).
- [9] **G. FRIEDLANDER, J.W. KENNEDY, E.S. MACIAS, J.M. MILLER**, *Nuclear and Radiochemistry*: John Wiley & Sons (1981) s. 704.
- [10] **Web Elements**, More isotope and NMR data. *The Periodic Teble of the Elements*. [Online] [Dátum: 25. 04. 2024.] www.webelements.com.
- [11] **International Atomic Energy Agency, Vienna Austria, IAEA** Live Chart of Nuclides. [Online] [Dátum: 25. 04. 2024.] <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>.
- [12] **National Nuclear Data Center (NNDC) in Brookhaven National Laboratory, NY USA**, NuDat 3, *Chart of Nuclides*. [Online] [Dátum: 08. 05. 2024.] <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>.
- [13] **Národná rada SR**, *Zákon 87 o radiačnej ochrane a o zmene a doplnení niektorých zákonov* (2018).

- [14] **A. AUGUSTYN**, Carbon-14 dating. *Encyclopaedia Britannica*. [Online] [Dátum: 03. 05. 2024.] <https://www.britannica.com/science/carbon-14-dating>.
- [15] **J. C. BRYAN**, Dating. *Introduction to Nuclear Science 3rd e*. Boca Raton : Taylor & Francis Group (2018), s. 30-32.
- [16] **P. DAMON et al.**, Radiocarbon dating of the Shroud of Turin. *Nature* (1989) Zv. 337, s. 611-615.
- [17] **M AKER et al.**, First direct neutrino-mass measurement with sub-eV sensitivity. *Cornell University Arxiv* (2021) [Online] [Dátum: 03. 05 2024.] <https://arxiv.org/pdf/2105.08533>.
- [18] **C. L. COWMAN et al.**, Detection of the free neutrino: a confirmation: *Science* (1956) Zv.124, č. 3212, s.103.
- [19] **G. N. FLEROV, K. A. PETRZHAK**, Spontaneous Fission of Uranium: *Phys. Rev.* (1940) Zv. 58, s. 89.
- [20] **A. BEISER**, *Úvod do moderní fyziky (Perspectives of Modern Physics) 2. vyd.* Praha: Academia, (1978).

doc. Ing. Andrea Šagátová, PhD.

ZÁKLADY JADROVEJ FYZIKY A TECHNIKY I

Vydala Slovenská technická univerzita v Bratislave vo Vydavateľstve
SPEKTRUM STU, Bratislava, Vazovova 5, v roku 2024.

Edícia vysokoškolských učebníc

Rozsah 105 strán, 44 obrázkov, 8 tabuliek, 4,840 AH, 4,999 VH, 1. vydanie,
edičné číslo 6193.

85 – 211 – 2024

ISBN 978-80-227-5410-1

DOI: 10.61544/IPXZ1813